PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1921. 22. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 10 am 20. April 1921.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Bär u. F. Luchsinger, Über die Bestimmung der Dichte und Ladung von Selen-Partikeln. S. 225.

H. Isnardi u. R. Gans, Die Dielektrizitätskonstante und der Brechungsexponent von Flüssigkeiten. S. 230.

E. Reichenbächer, Schwere und Trägheit. S. 234.

E. Kohlweiler, Elemententwicklung und Atomkernbau. I. S. 243.

H. Maurer, Tabelle der Farbenhalbe nach Ostwalds Farbenlehre. S. 246.

M. C. Neuburger, Zur Nomenklatur der radioaktiven Familien. S. 247.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

M. Born, Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik. (Forts.) S. 249.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1921. S. 254.

Tagesereignisse. S. 256.

Personalien. S. 256.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Bestimmung der Dichte und Ladung von Selen-Partikeln.

Von R. Bär und F. Luchsinger.

§ 1. Die von Ehrenhaft und seinen Schülern nach der Ehrenhaft-Millikanschen Methode errechneten elektrischen Ladungen submikroskopischer Partikeln sind bekanntlich sehr viel kleiner als die Ladung $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. E. des Elektrons. Diese Ladungsbestimmungen haben nun zur wesentlichen Voraussetzung zwei Annahmen:

I. Es gilt für die Bewegung der Partikeln unter einer äußern Kraft das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz:

$$\text{Kraft} = 6\pi\mu a v \left(1 + A\frac{l}{a}\right)^{-1}, \qquad (1)$$

wobei μ = Koeffizient der inneren Reibung des betreffenden Gases, a = Teilchenradius, v = Geschwindigkeit, l = freie Weglänge ist. A bedeutet eine nur ungefähr bekannte Konstante, für welche Ehrenhaft den Wert 0,815 annimmt.

II. Die Partikeln besitzen Kugelform und ihre Dichte ist diejenige des Materials, aus dem sie hergestellt wurden.

Da beide Annahmen nicht ohne weiteres einleuchtend sind, haben Ehrenhaft und seine Mitarbeiter Radius und Ladung der Teilchen weiterhin optisch bestimmt und hierbei eine bemerkenswerte Übereinstimmung der Radien mit den aus dem Fallgesetz errechneten gefunden. Dagegen haben die nach der Theorie der Brownschen Bewegung berechneten Ladungen dieser Teilchen nie sehr wesentliche Unterschreitungen der Elektronenladung ergeben.

§ 2. Der eine von uns hat nun auf eine weitere Möglichkeit der Prüfung der beiden obengenannten Ehrenhaftschen Annahmen I und II hingewiesen[1]).

Da es nämlich bei passender Kondensatorkonstruktion leicht gelingt, dasselbe Teilchen bei verschiedenen Gasdrucken zu beobachten, so kann man erstens den vom Stokes-Cunninghamschen Gesetz geforderten linearen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und freier Weglänge einer direkten experimentellen Prüfung unterziehen, indem man die Fallgeschwindigkeit des Partikels bei verschiedenen Gasdrucken mißt. Zweitens kann man, wenn dieser lineare Zusammenhang wirklich vorhanden ist, unter der Annahme eines plausiblen numerischen Wertes für die Konstante A die Dichte des Teilchens, oder unter der Voraussetzung, daß das Teilchen die Dichte des Materials, aus dem es hergestellt wurde, besitze, die Konstante A berechnen. Man erhält so entweder die Möglichkeit einer Dichtebestimmung, oder man kann den berechneten Wert von A vergleichen mit demjenigen, den Ehrenhaft seinen Messungen zugrunde legt, d. h. man hat ein weiteres Mittel, um die Annahmen I und II auf ihre Gültigkeit zu prüfen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es nun, erstens die Gültigkeit der Annahmen I und II an Teilchen zu prüfen, die zwar durch die Art ihrer Herstellung möglichste Gewähr für Kugelform bieten, aber doch so klein sind, daß auf ihnen Ladungsunterschreitungen nachweisbar sein müssen. Zweitens sollte, falls sich diese Annahmen als unrichtig erweisen würden, durch Messung der Ladung dieser Partikeln untersucht werden, ob sich ein Zusammenhang zwischen dem Maße des Nichterfülltseins dieser Voraussetzungen und der Größe der Ladungsunterschreitungen feststellen läßt.

1) R. Bär, Ann. d. Phys. **59**. 394. 1919.

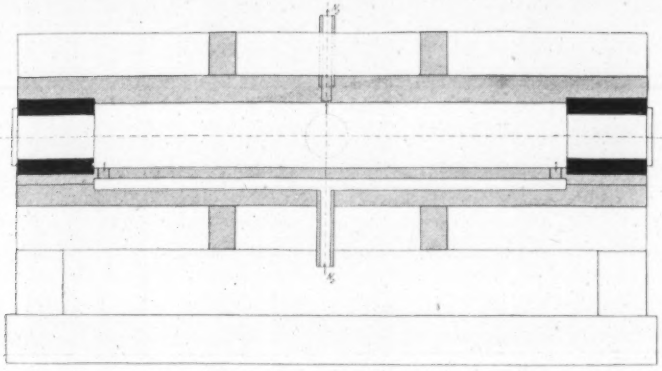


Fig. 1.

§ 3. Versuchsanordnung. Der verwendete Kondensator, in dem dasselbe Partikel bei verschiedenen Gasdrucken beobachtet werden kann, ist in Fig. 1 abgebildet. Der innere Durchmesser der kreisförmigen Platten beträgt 120 mm, der Plattenabstand 12 mm. Das Gas (Stickstoff) strömt durch 24 2 mm weite Löcher, die am Rande der unteren Platte in gleichen Abständen angebracht sind, in den Kondensator und wird durch eine 0,6 mm weite Öffnung im Zentrum der oberen Platte aus dem Kondensator gesaugt[1]).

Hierdurch wird erreicht, daß die Strömungslinien des Gases im Falle des Auspumpens und des Einströmens dieselben sind; es gelingt nun ebenso leicht, dasselbe Partikel bei zunehmenden wie bei abnehmenden Gasdrucken im Auge zu behalten. Zur Dunkelfeldbeleuchtung dienten zwei Bogenlampen, mit denen das Teilchen abwechselnd von links und rechts beleuchtet wurde, um die sog. Photophorese zu kompensieren. Die Beobachtung der Partikeln geschah durch ein Fernrohr. Als inertes Gas, in dem die Teilchen erzeugt und beobachtet wurden, gelangte Stickstoff zur Verwendung. Auf die Trocknung desselben wurde besondere Sorgfalt verwendet. Der Stickstoff wurde einer Bombe entnommen und zur Entfernung der Sauerstoffreste durch alkalische Lösung von Pyrogallol und über glühendes Kupferdrahtnetz geleitet. Zur Trocknung strömte er durch ein 60 cm langes, $CaCl_2$ enthaltendes Rohr und schließlich durch drei je 60 cm lange mit Phosphorpentoxyd gefüllte Rohre. Diese Gastrocknung erwies sich aber als unzureichend, da die Masse der Teilchen nicht konstant blieb. Es zeigten sich nämlich bei stundenlangem Ausschweben der Teilchen kleine, in einer Richtung verlaufende Änderungen des Haltepotentials. Kühlung mit flüssiger Luft[1]) vermochte an dieser Erscheinung nichts zu ändern, doch traten durch Temperaturdifferenzen hervorgerufene störende Luftströmungen im Kondensator auf. Daß diese Änderungen des Haltepotentials trotzdem auf mangelhafte Trocknung zurückzuführen waren, wurde dadurch bewiesen, daß vollkommene Konstanz der Schwebespannung und mithin der Masse dadurch erreicht werden konnte, daß der Stickstoff, bevor er in den Kondensator gelangte, in ein zirka 7 Liter haltendes Vorratsgefäß, dessen Boden und Wände mit Phosphorpentoxyd bestrichen waren, geleitet wurde. Der Stickstoff blieb nun, bevor er zur Verwendung gelangte, tagelang in dem Vorratsgefäß. An dessen Wänden zeigten sich bald Spuren von Feuchtigkeit, während die P_2O_5-Röhren vollkommen trocken blieben. Dieser Befund, daß nämlich wirksame Trocknung nicht durch Hinüberstreichen des Gases über P_2O_5, sondern nur durch langes Lagern in P_2O_5 enthaltenden Gefäßen erreicht wird, stimmt mit anderen Beobachtungen überein[2]). An den Kondensator konnte eine zwischen 0 und 1030 Volt kontinuierlich veränderliche und kommutierbare Spannung angelegt werden.

1) Auf diese Möglichkeit des Gaseinlassens hat uns in dankenswerter Weise Herr Konstantinowsky aufmerksam gemacht.

1) Für die Überlassung der flüssigen Luft sind wir Herrn Weinmann, Sauerstoffwerke Rümlang, sehr zu Dank verpflichtet.

2) E. Meyer, Arch. d. Gen. **2**, 259, 1920.

Dieselbe wurde einer Hochspannungsbatterie von Klingelfuß entnommen.

Beobachtet wurden durch Verdampfung von metallischem, schwarzen Selen erzeugte Partikeln, die durch das Loch in der Mitte der oberen Platte in den Beobachtungsraum gelangten. Die elektrischen Ladungen wurden den Partikeln erteilt entweder durch Ionisierung des Stickstoffs mittelst eines *Ra*-Präparates, oder durch Bestrahlung der Teilchen mit dem Licht einer Aluminiumfunkenstrecke. Es zeigte sich wiederum bei manchen Teilchen der schon früher von dem einen von uns[1]) an Paraffinteilchen beobachtete „inverse Photoeffekt", d. h. negative Aufladung der Partikeln bei ultravioletter Bestrahlung.

§ 5. Die Ganzzahligkeit der Ladungen. Um die kleinste auf jedem Partikel feststellbare Ladung zu bestimmen, haben wir durch Ausschweben jedes Teilchens nach der Ehrenhaft-Konstantinowskyschen Gabelungsmethode bei einer Reihe von Ladungen die Vielfachheiten derselben bestimmt. Dabei ergab sich ausnahmslos, daß sich die einzelnen Ladungen eines Teilchens verhalten wie die kleinsten ganzen Zahlen. Wir halten daher dieses Resultat, das der eine von uns[2]) schon früher festgestellt hatte, in vollem Umfang aufrecht, trotz einer dies bestreitenden Erwiderung der Herren Ehrenhaft und Konstantinowsky[3]). Diese beiden Autoren konnten sich bei ihrer Erwiderung im wesentlichen nur auf die Erfahrungen stützen, die Frl. Parankiewicz[4]) bei Gabelungsversuchen an Ölteilchen gesammelt hatte, und bei denen sie in der Tat keine kleinen ganzen Zahlen fand[5]). Nun ist es aber gerade bei Ölteilchen besonders schwierig, Massenkonstanz zu erhalten, und da Frl. Parankiewicz sich nie durch langes Ausschweben eines Teilchens von der Konstanz der Masse überzeugte, so verdienen ihre Messungen schon aus diesem Grunde kein Zutrauen. Außerdem engte Frl. Parankiewicz die Haltepotentiale ihrer Teilchen in Grenzen ein, die sich oft nur um 1 Proz. voneinander unterscheiden. Es wirkt also auf das Teilchen nunmehr eine Kraft $eE - mg$, die nur noch $^1/_2$ Proz. derjenigen Kraft beträgt, unter welcher das Partikel frei fällt. Da nun aber die Geschwindigkeit des Teilchens beim freien Fall von der Größenordnung 10^{-3} cm/sec ist (bei Schwankungen der Fallzeiten untereinander von mehr als 50 Proz. infolge der Brownschen Bewegung), so hat das Partikel beim Ausschweben eine Geschwindigkeit von wenigen 10^{-5} cm/sec, sodaß das sichere Einengen auch nur einer Ladung innerhalb solch enger Grenzen infolge der Brownschen Bewegung viele Stunden beanspruchen würde.

Eine von den Herren Ehrenhaft und Konstantinowky gemeinsam mit dem einen von uns begonnene Untersuchung der Ganzzahligkeit der Ladungen von Selenteilchen mußte leider aus äußeren Gründen vorzeitig abgebrochen werden.

§ 5. Bevor wir die Versuchsresultate mitteilen, müssen wir noch folgende Bemerkung vorausschicken, die den Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den aus den Ehrenhaftschen Annahmen I und II folgenden ermöglicht:

Da das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz eine lineare Beziehung zwischen Fallgeschwindigkeit v und freier Weglänge l annimmt, d. h. in der vl-Ebene eine Gerade darstellt, so hat man zu deren Festlegung nur die Kenntnis zweier Punkte nötig. Wir haben daher die Fallzeiten unserer Partikeln nur bei zwei Gasdrucken gemessen. Außerdem haben wir nicht sehr weit evakuiert, damit das Verhältnis $\frac{l}{a}$ von freier Weglänge zu Teilchenradius nicht größer als zirka 2,5—3,0 wurde. Wir befanden uns daher sicher noch im Intervall 0—5, in dem Ehrenhaft selbst das Stokes-Cunninghamsche Gesetz verwendet.

Sind v_1 und v_2 die Fallgeschwindigkeiten des Teilchens bei den freien Weglängen (reziproken Gasdrucken) l_1 und l_2, so ergeben sich die beiden Konstanten α und β der Geraden

$$v = \alpha + \beta \cdot l \qquad (2)$$

daraus zu

$$\alpha = \frac{v_1 l_2 - v_2 l_1}{l_2 - l_1}, \qquad \beta = \frac{v_2 - v_1}{l_2 - l_1}. \qquad (3)$$

Andererseits erhält man aus (1), wenn man für die Kraft das Gewicht

$$\frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g$$

des kugelförmigen Teilchens von der Dichte σ einsetzt,

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\sigma g}{\mu} \left(a^2 + a A l \right). \qquad (4)$$

Durch Vergleich mit (2) erhalten wir zur Berechnung von a die Gleichung

1) F. Luchsinger, Arch. d. Gen. I, 544, 1919.
2) R. Bär, Ann. d. Phys. **57**, 166, 1918.
3) Ann. d. Phys. **58**, 199, 1919.
4) Ann. d. Phys. **53**, 551, 1917.
5) Diese Versuche werden von Herrn Ehrenhaft auch in seiner Arbeit „Über die Teilbarkeit der Elektrizität" (Ann. d. Phys. **56**, 1, 1918) als hauptsächlicher Einwand gegen das Bestehen der Ganzzahligkeit benutzt.

$$a^2 = \frac{9}{2} \cdot \frac{\mu}{\sigma g} \cdot \alpha. \qquad (5)$$

Ferner wird

$$\beta = \frac{2}{9} \cdot \frac{\sigma g}{\mu} \cdot A \cdot a. \qquad (6)$$

Statt nun hieraus und aus (5) den Wert von A zu berechnen und mit dem Ehrenhaftschen $A = 0{,}815$ zu vergleichen, bemerken wir[1]), daß

$$\frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{2}{9} \cdot \frac{g}{\mu} \cdot \sigma \cdot A^2 \qquad (7)$$

wird. Es muß sich also, wenn die Annahmen I und II zutreffen, aus den Versuchen die Größe $\frac{\beta^2}{\alpha}$ als Konstante ergeben. Da bei Selen die Dichte je nach der Modifikation 4,3—4,8 beträgt, so ergeben sich als mögliche Werte von $\frac{\beta^2}{\alpha}$ für $\mu = 1{,}76 \cdot 10^{-4}$ und $A = 0{,}815$, d. h. jenen Wert der Konstanten A, den Ehrenhaft durch optische Größenbestimmung bestätigt hat,

$$\frac{\beta^2}{\alpha} = 3{,}53 - 3{,}94 \cdot 10^6 \,\mathrm{cm}^{-1}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Größere Werte von $\frac{\beta^2}{\alpha}$ würden, da die Dichte der Partikeln sicher nicht wesentlich größer ist als die des kompakten Materials, bedeuten, daß A größer ist als unserer Annahme entspricht. Nach der Cunninghamschen Theorie könnte zwar A alle Werte zwischen 0,815 — 1,63 annehmen, d. h. $\frac{\beta^2}{\alpha}$ könnte Beträge bis $7{,}92 \cdot 10^6$ erreichen, aber die so errechneten Radien würden der optischen Größenbestimmung Ehrenhafts widersprechen. Größere Werte als $7{,}92 \cdot 10^6$ dürften überhaupt nicht auftreten. Kleinere Werte als $3{,}53 \cdot 10^6$ heißen, daß die Dichte des betreffenden Teilchens kleiner als 4,3 ist, der kleinste Wert, der bei Partikeln, die aus reinem Selen bestehen, noch vorkommen kann.

§ 6. Versuchsresultate. In der folgenden Tabelle geben wir die Versuchsresultate an sämtlichen von uns untersuchten Selenteilchen wieder. In der ersten Kolonne ist die Partikelnummer, in der zweiten der aus Formel (5) für $\sigma = 4{,}3$[2]) sich ergebende Radius eingesetzt. In der dritten Kolonne ist bei den größeren Partikeln, die sich leicht ausschweben lassen, der aus den Vielfachheiten der Ladungen sich ergebende Wert für die kleinste auf dem Teilchen nachweisbare Elektrizitätsmenge angegeben. Bei den kleinen Partikeln, bei denen das Ausschweben unter großen Gasdrucken fast unmöglich und auch unter kleinen Drucken noch mühsam ist, ermittelten wir die Ladung aus den Steigzeiten im elektrischen Feld, und zwar wurde Wert darauf gelegt, durch oftmaliges Umladen der Partikeln es zu erreichen, daß wirklich die kleinstmögliche Ladung des betreffenden Teilchens zur Messung gelangte. In der vierten Kolonne ist der Wert von $\frac{\beta^2}{\alpha}$, der, wenn die Annahmen I und II zutreffen, zwischen $3{,}53$ und $3{,}94 \cdot 10^6$ liegen muß, eingetragen. In der fünften Kolonne endlich ist der zu dem kleinern der beiden Gasdrucke, bei denen ein Teilchen jeweils untersucht wurde, gehörige Wert $\left(\frac{l}{a}\right)_{\max}$ angegeben, um zu zeigen, daß wir uns wirklich innerhalb der von Ehrenhaft

Tabelle.

No.	$a \cdot 10^5$	$e \cdot 10^{10}$	$\frac{\beta^2}{\alpha} 10^{-6}$	$\left(\frac{l}{a}\right)_{\max}$
359	5,72	4,31	3,77	0,66
360	5,50	4,53	4,44	0,66
361	4,77	4,48	4,17	0,70
363	3,92	3,83	2,10	0,85
364	2,09	1,25	6,67	2,1
365	5,10	4,48	3,14	0,74
367	5,39	$2 \times 4{,}86$[1])	2,82	0 71
368	5,39	4,84	2,82	0,71
370	6,32	4,97	2,77	0,58
371	3,42	4,97	3,22	1,1
373	3,81	4,22	5,12	0,87
375	1,24	0,97	11,5	2,9
379	1,56	1,34	4,34	2,3
380	0,897	0,538	20,9	3,9
381	0,908	2,01	7,48	2,6
382	3,19	4,03	5,07	1,3
384	1,61	2,43	1,93	1,5
387	1,11	3,95	1,68	2,4
389	1,51	$2 \times 3{,}13$[1])	0,824	1,7
392	1,94	$2 \times 3{,}11$[1])	0,547	1,5
396	1,54	1,28	9,27	1,7
399	0,840	0,352	44,2	2,7
401	0 853	0,602	23,7	3,1
404	1,92	1,36	4,03	1,3
405	2,07	3,53	2,12	1,2
407	3,13	3,12	3,78	0,77
408	1,86	3,58	4,27	1,3
409	2,89	2,20	6,02	0,85
412	0,868	1,40	10,7	2,4

1) Siehe auch: F. Ehrenhaft und D. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. **63**, 784, 1920 Anmerkung 2.

2) Trotzdem das von uns verdampfte Selen die Dichte 4,8 hatte, glauben wir doch, mit $\sigma = 4.3$ rechnen zu müssen, weil die Selenteilchen durch Abkühlung hocherhitzten Selendampfes entstehen (siehe Erdmann, Lehrb. d. anorgan. Chem., 5. Aufl., S. 286, Braunschweig 1910). Außerdem zeigten unsere Teilchen die rote Eigenfarbe des amorphen Selens.

1) Bei diesen Partikeln ist es uns trotz mehrfachen Umladen offenbar nicht gelungen, die kleinstmögliche Ladung aufzufinden. Wir haben daher der gemessenen kleinsten Ladung noch die Vielfachheit „2“ zugesprochen.

angenommenen Gültigkeitsgrenzen für das Widerstandsgesetz befanden. Als freie Weglänge des Stickstoffs bei 760 mm Hg wurde der Wert $l = 1{,}01 \cdot 10^{-5}$ cm, mit welchem Ehrenhaft rechnet, benutzt.

§ 7. Diskussion der Resultate. Man ersieht aus der Tabelle sofort den Zusammenhang zwischen der aus den Ausschwebungen oder Steigzeiten errechneten Ladung e der Partikeln und der lediglich aus den Fallzeiten berechneten konstant-sein-sollenden Größe $\frac{\beta^2}{a}$. Diesen Zusammenhang veranschaulicht nochmals die Fig. 2, in der als Abszissen die $\frac{\beta^2}{a}$- und als Ordinaten die e-Werte eingetragen

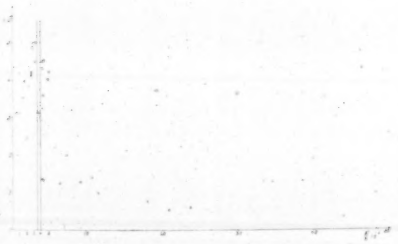


Fig. 2.

sind. Der durch die beiden vertikalen Geraden begrenzte Streifen stellt das Intervall $\frac{\beta^2}{a} = 3{,}53 - 3{,}94 \cdot 10^6\,\mathrm{cm^{-1}\,sec^{-1}}$ dar.

Bei einer ersten Gruppe von Partikeln (Nr. 359, 360, 361, 365, 367, 368, 370, 371) mit einem Radius größer als $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ cm ergeben sich die ziemlich gut mit der Elektronenladung übereinstimmenden e-Werte 4,31 $-4{,}97 \cdot 10^{-10}$ elst. E. und Beträge für $\frac{\beta^2}{a}$, die zwischen 2,88 und $4{,}41 \cdot 10^6$ schwanken, also ebenfalls ziemlich gut mit dem Ehrenhaftschen Wert übereinstimmen. Für diese Teilchen erweisen sich also die Ehrenhaftschen Annahmen als angenähert richtig, und es ergibt sich bei ihnen, wie nicht anders zu erwarten war, ein ebenfalls angenähert richtiger e-Wert.

Bei einer zweiten Gruppe von Teilchen (Nr. 364, 375, 380, 381, 396, 399, 401, 409, 412) mit kleineren Radien erhält man e-Werte bis herab zu $0{,}35 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. E., d. h. Ladungen bis herab zum 14. Teil der Elektronenladung, gleichzeitig aber ergeben sich für $\frac{\beta^2}{a}$ Werte von $6{,}0 - 44{,}2 \cdot 10^6$, und zwar sind die Werte von $\frac{\beta^2}{a}$ umso größer je kleinere e Werte sich ergeben. Sie sind sämtlich nicht nur viel größer als es die Ehrenhaftschen Annahmen erlauben, sie sind in ihrer Mehrzahl — und gerade für die großen Ladungsunterschreitungen — auch mit dem größeren Intervall, das Cunningham selbst für $\frac{\beta^2}{a}$ zuläßt, durchaus unverträglich. Diese großen $\frac{\beta^2}{a}$-Werte sind auch nicht durch die Annahme zu erklären, daß unsere Partikeln nicht die Dichte des Selens hatten. Denn in diesem Falle kann ihre Dichte zwar kleiner als 4,3 aber nicht größer als 4,8 gewesen sein, und das ergibt wegen (7) für $\frac{\beta^2}{a}$ noch kleinere Werte als $3{,}53 \cdot 10^6$ aber keine größeren als $3{,}94 \cdot 10^6\,\mathrm{cm^{-1}\,sec^{-1}}$.

Da dieses Versuchsergebnis also durch die Annahme einer anderen Dichte der Partikeln nicht erklärt werden kann, so folgt, daß das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz bei den kleineren Partikeln nicht mehr gültig ist.

In der dritten Gruppe aller übrigen Partikeln findet man kleinere Unterschreitungen der Elektronenladung. Die zugehörigen Werte von $\frac{\beta^2}{a}$ sind teilweise mit dem Ehrenhaftschen verträglich, teilweise sind sie aber beträchtlich zu klein oder zu groß. Zu kleine Werte von $\frac{\beta^2}{a}$ können, wenn man nicht für A kleinere Werte als 0,815 zuläßt, nur durch die Annahme einer kleineren Dichte als 4,3 erklärt werden. Wenn man aber die Möglichkeit des Vorhandenseins von Teilchen mit kleinerer Dichte, als sie das kompakte Material besitzt, zugeben muß, so sieht man, daß ein mit den Ehrenhaftschen Annahmen verträglicher Wert von $\frac{\beta^2}{a}$ allein noch keine Gewähr dafür bietet, daß diese Annahmen auch wirklich zutreffen. Es kann sehr wohl σ wesentlich kleiner als 4,3 und A größer als 0,815 sein, derart, daß sich beide Abweichungen gerade kompensieren und einen richtigen Wert von $\frac{\beta^2}{a}$ vortäuschen, während sich der errechnete e-Wert, der proportional $\sigma^{-\frac{1}{2}}$ ist, dann zu klein ergibt.

Dies gilt aber nur für eine bestimmte Partikelgröße. Bei noch kleiner werdendem Teilchenradius vermögen sich die Änderungen von A^2 und σ nicht mehr gegenseitig aufzuheben. Die aus den Versuchen sich ergebende Konstante A wird dann so groß, daß die vorkommenden Dichteunterschreitungen die Zunahme von A^2 nicht mehr zu kompensieren vermögen.

§ 8. Zusammenfassung.

1. Die Ehrenhaft-Millikansche Methode der Größen- und Ladungsbestimmung mikroskopischer und submikroskopischer Partikeln liefert so lange für die Ladung des Elektrons den richtigen Wert, als ihre Grundlagen, die in § 1 genannten Annahmen I und II zutreffen. Bei in Stickstoff durch Verdampfung erzeugten Selenpartikeln ist dies bis herab zu einem Teilchenradius von ungefähr $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm meist der Fall.

2. Mit kleiner werdendem Partikelradius erhält man Unterschreitungen der Elektronenladung in dem Maße, wie das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz seine Gültigkeit verliert.

3. Es zeigen sich bei den einzelnen auf die angegebene Weise hergestellten Partikeln beträchtliche Dichteunterschiede.

Während die Nichtgültigkeit des verwendeten Widerstandsgesetzes bei den kleineren Partikeln eine Fehlerquelle bedingt, die sicher bei den Ladungsmessungen Ehrenhafts und seiner Schüler eine wesentliche Rolle spielt, vermögen wir natürlich nicht mit Sicherheit zu behaupten, daß die von diesen Autoren untersuchten Selenpartikeln ebenso große Dichteunterschreitungen zeigen, wie wir sie beobachtet haben.

Das Ziel einer im Gange befindlichen Arbeit ist es, das Widerstandsgesetz zu finden, das bei den kleinen Partikeln an die Stelle des Stokes-Cunninghamschen zu treten hat.

Es ist uns eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr. Edgar Meyer zu danken für das fördernde Interesse, das er dem Fortschreiten dieser Untersuchungen entgegenbringt.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 22. Februar 1921.)

Die Dielektrizitätskonstante und der Brechungsexponent von Flüssigkeiten.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Héctor Isnardi.

(Ergänzt und mitgeteilt von Richard Gans.)

Ich bin damit beschäftigt, Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur zu messen und die Resultate mit der von Gans entwickelten Theorie, die demnächst in den Annalen der Physik erscheinen wird, zu vergleichen. Die an Äthyläther gewonnenen Resultate möchte ich schon jetzt mitteilen.

Die Versuchsanordnung ist folgende. Der mit Turbinenunterbrecher betriebene Induktor J speist die Löschfunkenstrecke E, die im Erregerkreise K Wellen erzeugt und mit dem Primärkreise P gekoppelt ist. Dieser enthält den Flüssigkeitskondensator F und ist lose gekoppelt mit dem Sekundärkreise S, der einen variablen Meßkondensator enthält. In die Kreise P und S ist je eine Spule des Kurzschlußdynamometers[1]) D eingeschaltet, das bekanntlich bei Resonanz von P und S keinen Ausschlag gibt.

Die Zurückführung auf absolutes Maß erfolgte mittels Ersetzens von F durch einen Meßkondensator bekannter Kapazität.

So ergaben sich für Äther die Zahlen der Tabelle I. In dieselbe sind die Werte von Tang[2]), die sich von $+18^0$ bis $+160^0$ erstrecken, mit aufgenommen. Die Dichte D ist den Messungen von Seitz, Alterthum und Lechner[3]) und für hohe Temperaturen Beobachtungen von Young[4]) entnommen.

Für den festen Zustand habe ich sie noch nicht gemessen und einstweilen durch den Näherungswert 0,9 ersetzt.

Fig 2 gibt ε als Funktion von t. Etwas oberhalb des Gefrierpunktes $-116{,}3^0$ hat ε ein Maximum. Die Lorentz-Lorenzsche Beziehung, nach der $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{1}{D}$ von der Temperatur unabhängig sein sollte, gilt auch nicht genähert, wie ein Blick auf die vierte Kolumne der Tabelle I zeigt. Ebensowenig ist gemäß der Figur $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} D$

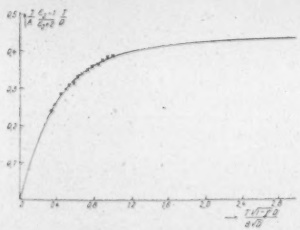
1) L. Mandelstam u. N. Papalexi, Ann. d. Phys. (4) **33**, 490, 1910.
2) K. Tangl, Ann. d. Phys. (4) **10**, 761, 1903.
3) W. Seitz, H. Alterthum und G. Lechner, Ann. d. Phys. (4) **49**, 91, 1916.
4) S. Young, Phil. Mag. **33**, 153, 1892; zitiert nach Tangl, l. c. S. 764.

Tabelle I.

t	ε	D	$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{D}$
— 180	1,51	(0,9)	0,1614
— 160	1,65	(0,9)	0,1979
— 130	2,30	(0,9)	0,3359
— 120	3,16	0,8612	0,4862
— 115	4,36	0,8562	0,6267
— 110	6,38	0,8512	0,7560
— 108	8,95	0,8490	0,8538
— 104	8,41	0,8453	0,8420
— 98	7,92	0,8389	0,8316
— 80	7,01	0,8205	0,8130
— 54	6,33	0,7930	0,8069
— 35	5,60	0,7729	0,7832
— 16	5,10	0,7550	0,7669
0	4,60	0,7359	0,7414
+ 18	4,36	0,7150	0,7386
40	3,97	0,6892	0,7212
60	3,65	0,6652	0,7056
80	3,38	0,6395	0,6936
100	3,12	0,6120	0,6783
120	2,89	0,5768	0,6703
140	2,66	0,5390	0,6602
160	2,41	0,4927	0,6482

eine lineare Funktion der Temperatur, wie es nach der Debyeschen Theorie[1]) sein sollte, und wie Debye aus dem beschränkten Tanglschen Beobachtungsmaterial noch schließen konnte.

Die Debyesche Theorie nimmt an, daß die Molekel ein permanentes elektrisches Moment hat, dem sich ein durch das äußere Feld influenziertes überlagert, und daß die Molekel sich demnach im äußeren Felde zu orientieren



sucht. Er vernachlässigt aber die Molekularfelder, d. h. die Wechselwirkung der Teilchen untereinander.

Nach der Gansschen Theorie gilt unter Berücksichtigung jener Wechselwirkung, also des Einflusses der Dichte D, und unter der Annahme isotroper Bindungen für die Dielektrizitätskonstante ε

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{D}=\frac{4\pi N_0}{3M}g+\frac{16\sqrt{\pi}\mu^2N^2_0}{9RMT}\Phi(\tau). \quad (1)$$

Hier bedeutet N_0 die Loschmidtsche Zahl pro Mol, M das Molekulargewicht, g die Konstante der quasielastischen Bindung, d. h. das durch die erregende Kraft 1 in der Molekel induzierte Moment, μ das permanente Moment der Molekel, R die universelle Gaskonstante, T die absolute Temperatur.

Ferner ist

$$\tau=\frac{kT}{\mu E_0}=\frac{3R}{4N^2_0\mu^2}\sqrt{\frac{s^3MN_0}{\pi}}\cdot\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{\sqrt{D}}=$$

$$=\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}}, \quad (2)$$

wo

$$\gamma=\frac{8\pi N_0 g^2}{3s^3M}. \quad (2a)$$

s bedeutet den kleinsten Abstand der Mittelpunkte zweier Molekeln (Molekulardurchmesser), $k=\frac{R}{N_0}$ die Boltzmann-Planncksche Konstante, E_0 das wahrscheinlichste elektrische Molekularfeld.

$\Phi(\tau)$ ist eine Funktion, die der eine von uns[1]) in seiner Theorie des Paramagnetismus als $\Phi(\tau)=\tau\cdot\psi(\tau)$ eingeführt und tabellarisch niedergelegt hat.

Der erste Term der rechten Seite von (1) gibt den Beitrag der quasielastischen Verschiebungen zur Dielektrizitätskonstante, wie er in der Lorentz-Lorenzschen Formel ausgedrückt ist, der zweite Term berücksichtigt die Orientierung der Teilchen im äußeren Felde infolge ihres permanenten Moments. Die Ableitung dieses zweiten Terms ist genau analog der der entsprechenden Formel in der zitierten magnetischen Arbeit von Gans.

Für unendlich große Argumente τ, d. h. für sehr hohe Temperaturen und geringe Dichten (nicht komprimierte Gase) nimmt $\Phi(\tau)$ den konstanten Wert $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ an, so daß für diesen Spezialfall (1) in

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{D}=a+\frac{b}{T} \quad (1a)$$

übergeht. In der Debyeschen Formel, die

1) P. Debye, diese Zeitschr. 13, 97, 1912.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. (4) 50, 163, 1916.

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = a + \frac{b}{T}$$

lautet, fehlt also links der Faktor $\frac{1}{D}$, im zweiten Gliede rechts der Faktor

$$\Phi\left(\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}}\right).$$

Unsere Beziehung (1) gilt für den quasistatischen Fall äußerst langer Wellen. Wollen wir dieselbe für den sichtbaren Teil des Spektrums anwenden, so können wir den zweiten Term rechts unterdrücken, da die Orientierungen wegen des großen Trägheitsmoments der Molekel nicht zum Brechungsexponenten sehr schneller (sichtbarer) Schwingungen beitragen. Der erste Term rechts ist aber dann noch durch $1 - \frac{n^2}{n_0^2}$ zu dividieren, wie die elektromagnetische Lichttheorie lehrt[1]), unter n die Schwingungszahl des Lichts, unter n_0 die (ultraviolette) Eigenschwingungszahl der quasielastischen Verschiebungen verstanden.

Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{16\sqrt{\pi}\mu^2 N_0^2}{9RM} = A; \quad \frac{4\pi N_0 g}{3M} = C, \qquad (3)$$

so berechnet sich die Dielektrizitätskonstante also aus

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{1}{D} = C + \frac{A}{T}\Phi\left(\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}}\right) \qquad (4)$$

und der Berechnungsexponent m im sichtbaren Gebiet aus

$$\frac{m^2-1}{m^2+2}\frac{1}{D} = \frac{C}{1-\frac{n^2}{n_0^2}} = \frac{C}{1-\frac{\lambda^2_0}{\lambda^2}}. \qquad (5)$$

Für unendlich lange Wellen ($\lim n = 0$) geht also (5) in den ersten Term der rechten Seite von (4) über, so daß C sich bereits aus der Dispersionskurve für sichtbares Licht ergibt und nicht etwa eine frei verfügbare Konstante in der für die D.E.C. gültigen Gleichung (4) ist. Insofern ist (4) eine zweikonstantige Formel für ε mit den Konstanten A und B, genau wie die Debyesche Beziehung; denn auch γ ist keine neue Konstante, sondern es gilt nach (2), (2a) und (3)

$$\gamma = \frac{8}{3\pi}\left(\frac{BC}{A}\right)^2.$$

Die Gleichung (4) beansprucht, die D.E.C. für den flüssigen und gasförmigen Zustand quantitativ darzustellen.

Um C zu bestimmen, benutzen wir folgende Beobachtungen von Brühl[1]) für $t = 17{,}^0 1$ ($D = 0{,}7183$).

Tabelle II.

λ in $\mu\mu$	m	$\frac{m^2-1}{m^2+2}$ beob.	ber.
434,07	1,36189	0,30869	0,30869
486,14	1,35854	0,30612	0,30606
535,05	1,35616	0,30431	0,30425
589,32	1,35424	0,30282	0,30278
656,29	1,35246	0,30146	0,30147
670,82	1,35216	0,30123	0,30123

Die letzte Kolumne haben wir nach (5) berechnet mit

$$C = 0{,}29608; \qquad \lambda_0 = 87{,}75\,\mu\mu.$$

Die Eigenschwingung liegt also weit im Ultravioletten.

Ziehen wir C von $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{1}{D}$ ab, so erhalten wir den Beitrag der Orientierungen zur D.E.C. Diesen wollen wir ε_2 nennen, und es ergibt sich nach (4)

$$\frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2}\frac{T}{D} = A\,\Phi\left(\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}}\right). \qquad (6)$$

Aus den Beobachtungen Tangls und Isnardis (Tabelle I) folgt somit für die Temperaturen, bei denen der Äther flüssig ist.

Mit $A = 390{,}0$; $B = 517{,}0$ ergeben sich die letzten beiden Kolumnen.

Zeichnen wir die theoretische Kurve Φ als Funktion von τ und tragen die Werte dieser letzten beiden Kolumnen in das Diagramm ein, so erkennen wir die befriedigende Übereinstimmung.

Wir können unsere Theorie zunächst noch durch Berechnung der D.E.C. des dampfförmigen Äthers prüfen.

Für unendlich großes Argument $\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}}$ nimmt Φ, wie gesagt, den konstanten Wert $\frac{\sqrt{\pi}}{4} = 0{,}4431$ an, also muß nach (4) für den Dampf gelten

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{1}{D} = C + \frac{0{,}4431\,A}{T}. \qquad (7)$$

1) Siehe z. B. M. Planck, Berl. Ber. **24**, 470, 1902.

1) J. W. Brühl, Ber. chem. Ges. **30**, 165, 1897; zitiert nach Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen, 4. Aufl., Berlin 1912, S. 1024.

Tabelle III.

T	$\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+2}\frac{1}{D}$	$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{T}{D}$	$\frac{T}{\sqrt{D}}$	$\frac{1}{A}\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{T}{D}$	$\frac{1}{B}\frac{\sqrt{D}}{T\sqrt{1-\gamma D}}$
169	0,5459	92,26	183,9	0,2365	0,3317
175	0,5355	93,71	191,1	0,2402	0,3467
193	0,5166	99,77	213,1	0,2558	0,3875
219	0,5108	111,6	246,0	0,2869	0,4415
238	0,4871	116,0	270,7	0,2972	0,4878
257	0,4708	121,0	296,1	0,3101	0,5333
273	0,4453	121,6	318,3	0,3119	0,5775
291	0,4425	128,7	341,2	0,3301	0,6167
313	0,4251	133,0	377,0	0,2410	0,6723
333	0,4095	136,3	408,3	0,3494	0,7241
353	0,3975	140,3	441,5	0,3597	0,7752
373	0,3822	142,6	476,7	0,3655	0,8389
393	0,3742	147,1	517,5	0,3770	0,8796
413	0,3641	150,4	562,6	0,3856	0,9324
433	0,3521	152,4	616,9	0,3608	0,9874

Für $T = 273 + 100$ und $p = 1$ Atm. ist $D = 0{,}002418$. Somit ergibt sich $\varepsilon = 1{,}00551$, während Bädeker[1]) $\varepsilon = 1{,}00516$ beobachtet hat. Berücksichtigt man, daß für diese Messung das Argument $\frac{T\sqrt{1-\gamma D}}{B\sqrt{D}} = 13{,}8$ ist, während es beim flüssigen Äther (Tabelle III) sich zwischen 0,332 und 0,987 bewegt, so muß man die Übereinstimmung als befriedigend anerkennen.

Des weiteren können wir den Temperaturkoeffizienten des Brechungsexponenten aus der Dichteänderung berechnen und mit den Messungen von Oudemans[2]) (l. c.) vergleichen. Nach (5) gilt

$$\frac{dm}{dt} = \frac{(m^2-1)\,(m^2+2)}{6m}\,\frac{1}{D}\,\frac{dD}{dt}. \qquad (8)$$

Daraus berechnet sich

λ	$-\frac{dm}{dt}\cdot 10^4$ ber.	beob.
434,07	6,58	6,06
656,29	6,38	5,91

Auch diese Übereinstimmung ist noch angängig.

Überzeugend wird die Gültigkeit von (5) durch Berechnung des Brechungsexponenten für Ätherdampf bei 0° und 1 Atm. (Dichte 0,00332) und $\lambda = 589\,\mu\mu$ aus dem für flüssigen Äther gültigen Werte $\frac{m^2-1}{m^2+2}\frac{1}{D} = 0{,}3028$ (siehe Tabelle II) nachgewiesen. Es ergibt sich $m = 1{,}00151$, während Lorenz[1]) $m = 1{,}00152$ gemessen hat.

Schließlich wollen wir noch einige molekulare Konstanten berechnen.

Mit $N_0 = 6{,}07 \cdot 10^{23}$; $R = 8{,}315 \cdot 10^7$; $M = 74{,}08$ folgt aus (3) $\mu N_0 = 8{,}730 \cdot 10^8$; $\mu = 1{,}435 \cdot 10^{-18}$; $g = 8{,}626 \cdot 10^{-24}$.

Aus (2) ergibt sich ferner für 0° Celsius das wahrscheinlichste elektrische Molekularfeld $E_0 = 4{,}485 \cdot 10^4$ elektrostatische Einheiten und für den Molekulardurchmesser $s = 33{,}9 \cdot 10^{-9}$ cm in verhältnismäßiger guter Übereinstimmung mit dem aus der kinetischen Gastheorie folgenden Wert[2]) $s = 44 \cdot 10^{-9}$ cm, wenn man die Verschiedenheit der Definition des Molekulardurchmessers in Rücksicht zieht.

Es wäre wichtig, die elektrische und ultrarote Dispersion mit unserer Theorie zu vergleichen, weil daraus das Trägheitsmoment der Molekel zu berechnen wäre. Auch wäre die Ermittlung des elektrischen Kerreffekts in seiner Temperaturabhängigkeit interessant, weil seine Existenz auf anisotrope Bindungen hinwiese und damit den Weg zeigte, in welcher Richtung unsere Theorie noch geändert werden müßte, um auch diese Erscheinung zu umfassen und damit die Konstitution der Molekel noch genauer anzugeben[3]).

Demnächt sollen die Messungen an anderen Stoffen mitgeteilt werden.

1) K. Bädeker, siehe Landolt-Börnstein, 4. Aufl. S. 1220.

2) Siehe Landolt-Börnstein, 4. Aufl. S. 1024.

1) Siehe Landolt-Börnstein, 4. Aufl. S. 1018.

2) Siehe Landolt-Börnstein, 4. Aufl. S. 141.

3) Die Depolarisation des Tyndall-Lichts, das von Ätherdampf ausgesandt wird, beweist schon eine solche anisotrope Bindung; siehe meine Annalenarbeit über die Asymmetrie von Gasmolekeln.

La Plata, Instituto de Fisica, 5. Dez. 1920.

(Eingegangen 7. Februar 1921.)

Schwere und Trägheit.

Von Ernst Reichenbächer.

I. Gegen die Einsteinsche verallgemeinerte Relativitätstheorie sind sehr viele Einwände erhoben worden, von denen sich manche nicht ohne weiteres von der Hand weisen lassen. Da nun Einstein auf diese Theorie seine Lehre von der Gravitation gründet, die, wenn sie richtig ist, den tiefsten Einblick in das Wesen der Dinge gewährt, hielt ich es für wünschenswert, die Gravitationstheorie unabhängig von der Relativität zu machen, und warf daher in einer Zuschrift[1]) an die Herausgeber der „Naturwissenschaften" die Frage auf: Inwiefern läßt sich die moderne Gravitationstheorie ohne die Relativität begründen? In seiner Antwort[1]) auf diese meine Betrachtung geht Herr Prof. Einstein leider nur wenig auf den von mir erhobenen und meiner Ansicht nach entscheidenden Einwand ein, daß von der Materie unabhängige Gravitationsfelder unmöglich sind. Er betont zwar an einer Stelle, daß das $g_{\mu\nu}$-Feld von allen Massen der Welt zusammen bestimmt und erzeugt würde, fügt aber hinzu, daß dies Feld verschieden ausfällt je nach dem Weltkörper (vielmehr nach dessen — relativem — Bewegungszustand), von dem es aus beurteilt wird.

Hiermit wird aber ein von den erzeugenden Massen unabhängiges Moment eingeführt, und die Folgerung, daß es annähernd und auch völlig massenunabhängige Gravitationsfelder geben müßte, ist unvermeidlich. Letzterer, der krasseste, Fall tritt z. B. ein, wenn man, wie Herr Einstein es in seiner großen Annalenarbeit[2]) tut, ein Gravitationsfeld durch bloße Koordinatentransformation (in der ungestörten Minkowskischen Raumzeitmannigfaltigkeit) „erzeugt", also unter anderen bei der Deutung des Bezugssystems eines gleichmäßig beschleunigten Körpers als Gravitationsfeld oder bei dem von Herrn Kottler[3]) durchgeführten Beispiel des sogenannten Gravitationsdrehfeldes im Innern einer gleichförmig sich drehenden homogenen Hohlkugel. Der erste Fall mit seinen schlimmen Folgen für sehr große[4]) Abstände ist aber im Außengebiet einer solchen Hohl-(oder Voll-)Kugel verwirklicht, wobei man wieder für den Grenzfall, daß die Masse dieser Kugel unendlich klein wird, zu völlig massenunabhängigen Feldern kommt.

Damit dies vermieden wird, muß das Schwerefeld von der bloßen Koordinaten-Transformation unabhängig gemacht werden. Dann ist es natürlich nicht im Einsteinschen Sinne durch die Komponenten $g_{\mu\nu}$ des Fundamentaltensors zu beschreiben[1]), denn es würde durch sie überbestimmt sein. Wodurch ist aber dann das Schwerefeld gegeben? Die Antwort darauf hat auf die Tatsachen Rücksicht zu nehmen, daß — aktiv betrachtet — seine Wirkungen an erzeugende Massen gebunden und passiv gesehen — „unabhängig von Material und Zustand der beeinflußten Körper sind". Letzterer trägt Herr Einstein durch das Äquivalenzprinzip Rechnung; erstere übersieht er und benennt daher, über Newton hinausgehend, mit dem Ausdruck Schwerewirkungen auch etwas, was wir bisher nur als Trägheitserscheinungen zu bezeichnen gewohnt waren.

Man wird aber der ersten Forderung gerecht durch die Annahme einer von den schweren Massen ausgehenden und an sie gebundenen durchgreifenden Änderung der geometrischen Verhältnisse der vierdimensionalen Welt, einer Änderung, die ich Verzerrung genannt habe, und die ohne die Massen nicht vorhanden wäre, so daß die Welt rein Minkowskisch sein würde. In diese Minkowskiwelt kann man nun schrittweise die Verzerrung durch die einzelnen Massen nacheinander nach vorgeschriebenen (allerdings in engen Grenzen noch näher zu bestimmenden) Gesetzen einführen, wie ich das in meinen Arbeiten getan habe.

Auf dieser Verzerrung der Minkowskischen Raumzeitmannigfaltigkeit durch die schweren Massen beruht allein das Wesen der Gravitation. Die Verzerrung ist durchaus nötig; daher die Aussichtslosigkeit aller anfänglich unternommenen Versuche, die Gravitation in die Minkowskiwelt hineinzuarbeiten. Dem widerspricht auch nicht, daß in dem besonderen Falle des homogenen Gravitationsfeldes die Verzerrung so ausfällt, daß die verzerrte Raumzeitmannigfaltigkeit auf die Minkowskische[2]) abgebildet werden kann, indem nun dem System eines im Gravitationsfeld ruhenden Punktes das eines gleichmäßig beschleunigten entspricht[3]).

1) Naturwiss. **8**, Heft 51, S. 1008 u. 1010, 1920.
2) Ann. d. Phys. **49**, 773, 1916.
3) Ann. d. Phys. **56**, 457, 1918.
4) Ich vermeide den Ausdruck unendliche, weil man mit Herrn Einstein deren Vorhandensein aus kosmologischen Gründen bestreiten kann, wiewohl eine zulängliche Gravitationstheorie auch alle nur logisch möglichen Verhältnisse, d. h. also den unserer Vorstellung doch am nächsten liegenden unendlichen Raum mit umfassen müßte.

1) Damit ist zugleich Herrn Einsteins Zweifel über meine Stellung zur allgemeinen Relativitätstheorie beseitigt.
2) Richtiger: nur auf einen Teil von ihr; das Feld der gleichmäßigen Beschleunigung kann nicht die ganze Welt umfassen.
3) Darauf, daß dies Gravitationsfeld wahrscheinlich nirgends und niemals rein verwirklicht ist, ist selbstverständlich geringer Wert zu legen, da eine zulängliche Theorie auch alle nur denkmöglichen Fälle mit umfassen

Daß in diesem Falle die Äquivalenz von Schwere und Trägheit herauskommt, ist gewiß ein schönes Ergebnis und wird von mir durchaus anerkannt; aber mit dem so gewonnenen Äquivalenzprinzip kommt man meines Erachtens nicht weiter. Äquivalenz (Gleichwertigkeit) ist nicht Identität (Wesensgleichheit). Das Äquivalenzprinzip führt nicht weiter als bis zur Erkenntnis der Tatsache, daß das Schwerefeld genau wie das Trägheitssystem irgendwie allein durch die Komponenten des Fundamentaltensors (oder, um Mißdeutungen vorzubeugen, durch die vierdimensionale Geometrie der — absolut zu setzenden — Raumzeitmannigfaltigkeit) zu bestimmen sei, damit „die Schwerebeschleunigung unabhängig von Material und Zustand der durch die Schwerkraft beeinflußten Körper ist“[1]). Damit ist aber noch nicht gesagt, daß die Art und Weise dieser Bestimmung für Trägheits- und Schwerefelder dieselbe sei. Hier besteht vielmehr der grundlegende Unterschied, daß erstere durch eine Transformation innerhalb einer veränderlichen Raumzeitmannigfaltigkeit, letztere durch deren Verzerrung gegeben werden.

Ich will jetzt einmal von der Kritik absehen, die Kottler in seinen von mir angeführten Arbeiten[2]) an dem Äquivalenzbegriff geübt hat, indem er zeigte, daß bei strenger Durchführung der von der gleichförmigen Bewegung her bekannten Transformation dem Felde der gleichmäßigen Beschleunigung nicht ein Gravitationsfeld äquivalent ist, wie es aus Einsteins kugelsymmetrischem sich durch Übergang auf unendlich große Entfernungen (bei gleichzeitig ins Unendliche wachsender Masse) ergibt, sondern ein anderes, das (in endlichem Abstand) nur die halbe Perihelwanderung zuläßt. Dagegen halte ich den Sprung für bedenklich, das Äquivalenzprinzip durch ein Identitätsprinzip zu ersetzen und dies dann auf den Fall des allgemeinen Gravitationsfeldes auszudehnen. Wenn Herr Einstein nicht mehr für erforderlich hält, als daß man berechtigt ist, das mechanische Verhalten eines materiellen Punktes in einem Augenblick nach Willkür (je nach Wahl des Bezugssystems) auf Schwere oder auf Trägheit zurückzuführen, so liegt doch die Frage nahe: Wie sieht das Trägheitsfeld aus, das das Schwerefeld eines Massenpunktes ersetzt, und wie das Schwerefeld, das der gleichförmigen Umdrehung entspricht[1])? Meines Erachtens gibt es weder das eine, noch das andere, das erstere schon deswegen nicht, weil das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nicht mehr Minkowskisch ist. Die Notwendigkeit, das „Bezugssystem“ der beschleunigten Bewegung, das diesem Schwerefelde gleichen soll, von Augenblick zu Augenblick ändern zu müssen, da es ihm ja nur „in einem Augenblick“ äquivalent sein kann, wird wohl nicht nur mir als Zwang erscheinen. Weshalb begnügt man sich denn nicht mit dem Bezugssystem der speziellen Relativitätstheorie, das ja auch in einem Augenblick das mechanische Verhalten des materiellen Punktes wiedergibt? Nun, weil das der beschleunigten Bewegung um eine Ordnung genauer sich anschmiegt; es entspricht dem Schwerefelde wie in einem geometrischen Bilde der Krümmungskreis und nicht nur die Tangente einer Kurve.

Aber damit kann doch Einsteins grundlegender Satz, daß die Komponenten des Fundamentaltensors das Gravitationsfeld beschreiben, nicht ausreichend begründet werden. Daß ich diesen Satz überhaupt für anfechtbar halte, habe ich schon gesagt; besonders verwerfe ich die Fassung[2]), daß man ein Gravitationsfeld durch bloße Änderung des Koordinatensystems „erzeugen“ kann. Herr Einstein wendet diese da auf das Bezugssystem der gleichmäßigen Beschleunigung an, wobei aber wieder die „reale“ Existenz des Gravitationsfeldes die Streitfrage ist. Die Überzeugung von dessen Realität kann selbstverständlich nicht daraus gewonnen werden, daß es irgendwie aufgestellten Feldgleichungen genügt; umgekehrt muß deren Brauchbarkeit danach beurteilt werden, ob sie den Unterschied zwischen „realen“ und „fiktiven“ Feldern nicht verwischen. Das Merkmal der Unterscheidung dieser Felder liegt eben allein darin, ob sie von schweren Massen erzeugt werden; dies trifft aber für das System der künstlich hervorgerufenen Beschleunigung nicht zu.

Ich will aber noch ein anderes Beispiel anführen. Bei Abwesenheit der Gravitation gilt das System der gewöhnlichen Relativitätstheorie mit konstanten Komponenten des Fundamentaltensors, die natürlich auf die kanonische Form $g_{\mu\mu} = \pm 1$, $g_{\mu\nu} = 0$ $(\mu \neq \nu)$ gebracht werden können, d. h. also räumliche und zeitliche Parameterlinien sind in jedem Punkte aufeinander senkrechte Gerade. Jetzt ändert man das Koordinatensystem, indem man im Raum etwa Polar- oder Zylinderkoordinaten einführt; heißt denn das auch ein Gravitationsfeld erzeugen?

muß. Schwerer wiegt für diese grundsätzliche Untersuchung schon der Umstand, daß das homogene Gravitationsfeld nur durch einen Grenzübergang zu unendlichen Massen und unendlichen Entfernungen erzeugt werden kann; doch soll auch darüber hinweggegangen werden.

1) Dieser Fassung gebe ich gern den Vorzug vor der unbestimmteren, die ich angewandt hatte.

2) Vgl. Naturwiss. **8**, Heft 51, S. 1008, 1920.

1) Auf das letztere Beispiel muß ich auch in dieser Arbeit noch eingehend zurückkommen.

2) Ann. d. Phys. **49**, 773, 1916.

Nach Herrn Einstein gewiß: es verschwinden ja auch die $\Gamma^{\nu}_{\mu\varrho}$, die Einsteinschen Komponenten des Gravitationsfeldes, nicht mehr sämtlich[1]).

Aber wenn wir uns auch auf diesen Einsteinschen Standpunkt stellen wollten, so ändert das doch nichts daran, daß die Bahn eines von allen anderen hinreichend entfernten Massenpunktes auch im neuen System eine gerade Linie bleibt, wenn ihre Gleichung sich auch nicht mehr linear in den neuen Koordinaten ausdrücken läßt. In Herrn Einsteins Formulierung des Galileischen Trägheitsgesetzes[2]) ist somit wenigstens der Zusatz, der sich auf das passend bewegte Koordinatensystem bezieht, überflüssig — oder Herr Einstein verbindet mit dem Worte „geradlinig" einen anderen Begriff als der Sprachgebrauch, wonach wir unter „Geraden" die kürzesten oder geodätischen Linien unseres Raumes verstehen, den wir so lange als vollkommen euklidisch ansehen werden, bis uns Beobachtungen oder theoretische Schlüsse zu — immerhin äußerst geringen — Abweichungen zwingen.

Nun könnte man ja die Einsteinsche Auffassung dadurch stützen, daß man sagt: der Benutzer des krummlinigen Koordinatensystems gebraucht seine Parameterlinien, als ob sie Gerade wären, und stellt dann natürlich Abweichungen vom Galileischen Trägheitsgesetz fest, die er als Gravitationskräfte deutet[3]). Damit aber nimmt Einstein, wie gesagt, Gravitationswirkungen an, die von erzeugenden Massen völlig unabhängig sind, und erweitert demnach den Begriff der Schwere in einem den üblichen Sprachgebrauch weit übersteigenden Maße. Innerhalb der Gesamtheit der Einsteinschen Gravitationswirkungen kann man nun diejenigen auswählen, die von Massen erzeugt sind, und kommt damit zu denen, die ich in Übereinstimmung mit der bisherigen Gewöhnung allein als Gravitation bezeichne[1]). Das sind dann diejenigen, die ich „real" nenne im Gegensatz zu den übrigen, die für mich „fiktiv" sind.

Da der Umstand der Verknüpfung der Schwerefelder mit Massen, die eine Verzerrung der Minkowskiwelt bewirken, für mich das entscheidende Kriterium ist, behaupte ich, daß eine Verwechselung von Schwere- und Beschleunigungsfeldern nur möglich ist, wenn wir nicht sämtliche Erfahrungen, die uns auf physikalischem Gebiete zur Verfügung stehen, insbesondere elektromagnetische (Licht-)Wirkungen, verwerten. Diese belehren uns darüber, ob die eine oder die andere Art Feld vorliegt (ganz abgesehen davon, daß beide Arten meist nur bis zur zweiten Ordnung übereinstimmen können) und zeigen uns insbesondere im Makrokosmos, daß wir es dort ausnahmslos mit Schwerefeldern zu tun haben, schließen also das Seil am Einsteinschen Kasten aus.

Andererseits aber lehrt uns die Einsicht der Unvollkommenheit unserer Erfahrung, daß wir die Verzerrung der Raumzeitmannigfaltigkeit nicht völlig kennen (geschweige denn analytisch formulieren können), und deshalb können wir kein Koordinatensystem angeben, in dem die Feldgleichungen besonders einfach würden; deshalb und nur deshalb sind wir gezwungen, für sie die allgemein kovariante Gestalt zu wählen. Ganz abgesehen davon, daß diese den Gesetzen eine elegante Einkleidung gibt, könnte auch die Vereinfachung in einem bevorzugten System, etwa in einem solchen[2]), in dem alle Massen ruhen, nur gering sein, indem nämlich die gemischt zeiträumlichen Komponenten des Fundamentaltensors verschwinden würden. Abstrahiert man aber auf besonders einfache Fälle wie das Feld eines Massenpunktes, so können in den diesen angepaßten Systemen[3]) (hier räumliche

1) Um diese, der gebräuchlichen Auffassung vom Wesen der Schwere gerade zuwiderlaufende Folgerung zu vermeiden, hatte ich ja den Fundamentaltensor, der von der Wahl des Koordinatensystems wesentlich abhängt, als Gravitationspotential von vornherein abgelehnt und durch einen mit der Lichtgeschwindigkeit zusammenhängenden Skalar ersetzt (Vgl. meine Arbeiten in den Ann. d. Phys. **52**, 134, 1917 und **61**, 1, 1920.) — Weil Herr Einstein bei der Wahl eines räumlichen Polarkoordinatensystems das Vorhandensein eines „Gravitations"-Feldes annehmen muß, rechnet er auch für den kugelsymmetrischen Fall nicht mit diesem, sondern mit dem der Aufgabe weniger angepaßten kartesischen System und erschwert sich so die Rechnung.

2) Wegen der Unmöglichkeit der unmittelbaren Vergleichung zweier Zeitspannen ist selbstverständlich die Zeitdefinition und daher auch die Zeitmessung an sich beliebig; die Galileische Formulierung entspricht aber dem Grundsatz der größten Einfachheit.

3) Tatsächlich verfahren wir in den realen, d. h. massenerzeugten, Gravitationsfeldern nicht anders.

1) Herr Einstein sagt ja selbst: Die Trägheit ist eine Wechselwirkung zwischen den Massen der Welt wie diejenigen Wirkungen, welche die Newtonsche Theorie als Gravitationswirkungen betrachtet. Damit gibt er doch die Unterscheidungsmöglichkeit beider Arten von Wirkungen zu.

2) Ein solches System ist möglich, da die Menge aller Massen endlich oder abzählbar unendlich ist, ihre — irgendwie beliebig vorauszusetzenden — Weltlinien also (selbst wieder auf unendlich viele Weise) Scharen von orthogonalen Trajektorien-Räumen zulassen. Die Kenntnis dieses Systems — die elektromagnetischen Wirkungen mögen hier zunächst unberücksichtigt bleiben — würde aber wenigstens die Kenntnis eines solchen Raumes voraussetzen; denn es ist ein Gaußsches System (vgl. Hilbert, Gött. Ber. 1917, S. 58); d. h. wir müßten mit Du Bois Reymond wenigstens in einem Augenblicke die Verteilung und den Bewegungszustand sämtlicher Massen kennen, um Vergangenheit und Zukunft eindeutig festlegen zu können.

3) Vgl. Mies' vernunftgemäßes System, Ann. d. Phys. **62**, 46, 1920.

Polarkoordinaten und auf Ruhe der schweren Masse transformiert) die Feldgleichungen sich sehr vereinfachen.

Man könnte vielleicht meinen, der ganze Gegensatz zwischen der Einsteinschen Auffassung der Schwerkraft und der meinigen liefe auf einen Streit um Worte hinaus, da wir die durch bloße Koordinatentransformation hervorgerufenen, also massenunabhängigen, Felder anders bezeichnen. Einstein nennt sie eben auch Gravitationsfelder, ich nur Beschleunigungsfelder oder Trägheitssysteme. Aber mir möchte scheinen, daß man damit doch dem Wesen dieses Gegensatzes nicht gerecht wird; denn, wenn nach meiner Auffassung diese Felder keine Gravitationsfelder sind, so kann auch die Einsteinsche Theorie, die die Komponenten des Fundamentaltensors, die sich schon bei der bloßen Transformation ändern, als Potentiale der Gravitation setzt, nicht richtig sein, sondern man muß sich nach einer andern umsehen, bei der die Gravitationsvektoren von der Transformation unberührt bleiben[1]).

II. Während man sonst der Einsteinschen Theorie das Zugeständnis eines geschlossenen, in sich widerspruchsfreien Systems machen muß, wenn man sie auch wegen ihrer Vermischung des Unterschiedes zwischen Trägheit und Schwere aus den angeführten Gründen nicht anerkennen kann, ist dies nicht mehr der Fall bei seiner Behandlung der gleichförmigen Umdrehung. Dabei ist er in den Fehler verfallen, die ältere Theorie der Relativität — ich will sie einmal die Machsche nennen — mit seiner eigenen zu vermengen. Jene kann man aus dieser erhalten, wenn man die Konstante c, die bei Einstein gleich der Lichtgeschwindigkeit wird, unendlich groß annimmt. Dann und nur dann ist es nämlich in Einsteins Beispiel der beiden in bezug aufeinander rotierenden Körper S_1 und S_2 möglich, von einem Raume R_2 zu sprechen, in welchem der Körper S_2, der im Ruhraum R_1 des Körpers S_1 sich dreht, in Ruhe ist. Alle Punkte jenes Raumes R_2 müßte man doch gegenüber dem Raum R_1 als in gleichförmiger Umdrehung mit derselben Winkelgeschwindigkeit um eine beiden Räumen gemeinsame Achse begriffen ansehen. Dann aber werden ihre Weltlinien, von R_1 aus beurteilt[2]) zu Schraubenlinien gleicher Ganghöhe, und ihre Schar entbehrt der orthogonalen Trajektorien, d. h. der Ruhräume.

Herr Einstein empfindet selbst das Peinliche dieses Rotationssystems, indem er auf die Abhängigkeit der Ganggeschwindigkeit einer Uhr von dem Ort uud auf die Verschiedenheit des tangentialen und des radialen Maßstabes hinweist; aber den Hauptmangel dieses Systems, die Unmöglichkeit, die gemischt zeiträumlichen Komponenten des Fundamentaltensors außer in einzelnen Punkten zum Verschwinden zu bringen, übergeht er. Treten aber die g_{14}, g_{24}, g_{34} irgendwo auf, so bedeutet das doch, daß hier Bewegung herrscht, also dieser Raum nicht als Ruhraum angesehen werden kann. Die Schwierigkeit verschwindet erst bei unendlichem c (oder bei anderer Festsetzung des Gesetzes der Umdrehung, z. B. einer solchen mit gleicher Flächengeschwindigkeit, die aber hier nicht in Frage kommt), also für Mach, aber nicht für Einstein. Wenn Herr Einstein dies Beispiel zum Anlaß nimmt, um sich mit kühnem Sprung in das Gebiet der allgemeinen Kovarianz hinüberzuschwingen, so löst er nicht den Knoten, sondern durchhaut ihn.

Da Herr Einstein aber Wert darauf legt, nur immer Bezugskörper zu benutzen, so ist dazu zu sagen, daß auch der von ihm als starr vorausgesetzte Körper S_2 nicht existiert, selbst nicht der relativstarre Körper Borns, der bekanntlich nicht in Umdrehung gesetzt werden kann. Wir befinden uns in diesem Beispiel natürlich noch innerhalb des durch die spezielle Relativitätstheorie geschaffenen Minkowskikontinuums — Herr Einstein wollte ja in diesem Falle nur eine Transformation des Koordinatensystems vornehmen — und daher gelten auch alle auf Grund der speziellen Relativitätstheorie vorgebrachten Bedenken gegen den starren Körper, da diese natürlich von der Wahl des zeiträumlichen Koordinatensystems unabhängig sind. Man wird von selbst darauf geführt, für den rotierenden Körper unendlich viele Freiheitsgrade anzunehmen, d. h. jedem seiner Punkte freien Lauf zu lassen oder seine Starrheit völlig aufzulösen[1]).

1) Daß deren Komponenten dabei ein Potential zulassen müssen, ist damit nicht gesagt; ich halte es aber für das einfachste, ein solches, und zwar ein skalares, anzunehmen.

2) Übrigens sollte der Charakter der Weltlinien unabhängig vom Bezugssystem sein; Abhängigkeit besteht nur für die Bahnlinien, d. h. ihre Projektionen in eine räumliche Mannigfaltigkeit. Das vierdimensionale Kontinuum ist absolut.

1) Um die Machsche mit der Einsteinschen Relativitätstheorie zu versöhnen, müßte man schon so weit wie Herr Remy (Unsere Welt 1920, Heft 3) gehen uud die Absolutheit der Raumzeitmannigfaltigkeit leugnen. Was hat es dann aber für einen Sinn, von den $g_{\mu\nu}$, den Komponenten des Fundamentaltensors der geometrischen Maßbeziehungen zu sprechen, wenn es keine vom Bezugssystem unabhängige Mannigfaltigkeit mehr gibt, auf die sie sich beziehen? Ein solches Verfahren setzt an die Stelle des Kosmos das Chaos; es läuft im Grunde genommen darauf hinaus, krumm für gerade anzusehen, d. h. Linien, die die Eigenschaften der kürzesten nicht besitzen, diese zuzuschreiben. Das wäre nur durch eine Abänderung der Eichung, d. h. der relativen Maßzahl möglich und würde

Allerdings möchte ich das gleich wieder einschränken, da ja die spezielle Relativitätstheorie nicht genau, sondern nur angenähert gilt; denn jeder Körper verzerrt das Kontinuum durch sein Gravitationsfeld; das hat zur Folge, daß wir die Massenpunkte durch kleinste Teile endlicher Ausdehnung, Elektronen und H-Kerne (wenn diese sich wirklich als die kleinsten Unteilbaren herausstellen sollten) zu ersetzen haben. Zwar ist der Zusammenhang noch nicht klar gelegt; aber gerade der Einsteinsche Ansatz für das Feld eines Massen-„Punktes" gibt uns wenigstens einen Fingerzeig für die Richtung, in der wir zu suchen haben. Er zeigt uns nämlich, daß wir nicht bis in die Mitte der anziehenden Massen unsere Maßvorschrift fortsetzen können; ein sehr kleiner, aber immerhin endlicher Abstand α vom Mittelpunkt kann nicht unterschritten werden. Die nichteuklidische Geometrie in dem Ruhraum eines Massen-„Punktes" ist gerade von der Art, daß ein solcher Punkt gar nicht existiert, sondern durch eine Kugel von endlichem Halbmesser zu ersetzen ist. Jede Ebene durch den Mittelpunkt wird nämlich nach Einsteins Maßvorschrift zu einer Umdrehungsfläche, die von einer um ihre Leitlinie rotierenden Parabel erzeugt wird; eine solche Fläche hat einen Kehlkreis mit dem Halbmesser $\frac{p}{2} = \alpha$, und der Ruhraum eines gravitierenden Punktes ist demnach nach Einstein die Gesamtheit dieser Rotationsflächen, der eine Kehlkugel mit gleichem Halbmesser zukommt. Daß die Größe von α so sehr viel geringer als alle bisherigen Annahmen über den Elektronenradius (und auch den des H-Kerns) ist, rührt daher, daß bei obigen Betrachtungen nur die Gravitations-, nicht die viel stärkeren elektrischen Wirkungen berücksichtigt sind. Gelingt es, das kugelsymmetrische Feld für beide Wirkungen zu berechnen, wozu Ansätze in den Theorien von Weyl und mir gegeben sind, so ist es nicht unmöglich, auch größere Werte dieses Minimalabstandes α zu bekommen, der dann als der Radius der Elektronen oder der H-Kerne anzusehen wäre. Von einem „Inneren" dieser Gebilde zu sprechen, wäre dann selbstverständlich ebenso unmöglich wie bei den oben besprochenen Umdrehungsflächen von einem Inneren des Kehlkreises; eine Explosion dieser Elektronen usw. mit Poincaré zu befürchten oder Kräfte anzunehmen, die diese Explosion verhindern, ist überflüssig, da ein solches Gebilde völlig unteilbar, ein „Quasi-Punkt", ist, daher nicht in Teile zerlegt werden kann, die aufeinander eine Anziehung oder Abstoßung ausüben. Das tun diese Gebilde nur gegenseitig[1].

Wenn nun aber der Machsche Standpunkt, auf den sich Einstein stellt und das rotierende System als völlig gleichberechtigt mit dem ruhenden oder gleichförmig fortschreitenden ansieht, unzulässig ist, so fragt es sich, in bezug worauf nun eigentlich diese Rotation stattfindet und nachzuweisen wäre. Man könnte zunächst sagen, das wäre zwar nicht der Newtonsche absolute Raum, wohl aber die als absolut zu setzende Raumzeitmannigfaltigkeit, das durch die Gravitation verzerrte Minkowskikontinuum, für das Mie[2] die Bezeichnung Hilbertkontinuum eingeführt hat. Ich habe vorhin nachgewiesen, daß dessen Ableugnung äußerst bedenklich ist, will aber Herrn Einstein, der sich mit diesem Bezugsgebilde wohl kaum befreunden wird, entgegenkommen, zumal er hier auch den Standpunkt des Empirikers vertritt.

Herr Einstein schlägt als solche Körper ferne Massen vor, die so weit weg sich befinden, daß ihre Gravitationswirkungen zu vernachlässigen sind. Ich will über die Unklarheit hinweggehen, die darin liegt, diesen Körpern Einfluß zuzuschreiben, obwohl das von ihnen erzeugte Feld als quasi-konstant, d. h. Minkowskisch und gravitationsfrei, bezeichnet wird, und mich wieder darauf berufen, daß eine zulängliche Gravitationstheorie alle auch nur denkmöglichen Fälle umfassen muß. Ein solcher ist es doch aber — und wir wissen nicht, ob er nicht vielleicht zu irgendeiner Zeit verwirklicht war oder sein wird, zumal wenn man mit Einstein einen endlichen Raum annimmt — daß es solche ferne Massen gar nicht gibt, sondern die gesamte Materie sich zu einem einzigen Körper zusammengeballt hat, also eine ins Riesige vergrößerte Sonne darstellt[3]. Was nun?

---

nach den Arbeiten von Weyl (Ann. d. Phys. **59**, 101, 1919) und mir (ebenda **63**, 93 u. 115, 1920) einen Eingriff in das Gebiet des Elektromagnetismus bedeuten. Die spezielle Relativitätstheorie würde hinfällig werden und gerade in einem Augenblick verlassen werden, wo sie ihre schönsten Triumphe durch die Sommerfeldsche Erklärung der Feinstruktur der Spektren erlebt. Nur, wenn man die Absolutheit der Weit leugnet, kann man zu so ungeheuerlichen Werten der Lichtgeschwindigkeit wie die Anhänger der allgemeinen Relativität gelangen. Selbstverständlich halte auch ich an der völligen Konstanz dieser Geschwindigkeit nicht fest, da ja die Schwere sich in einer Verzerrung der Raumzeitmannigfaltigkeit äußert. Aber die Änderung hält sich, soweit wir wissen, in ganz engen Grenzen, wie aus der geringen Lichtstrahlkrümmung hervorgeht.

1) Vgl. meine Arbeit in den Ann. d. Phys. **52**, 134, 1917, sowie Erich Becher, Naturphilosophie (Kult. d. Gegenw. **3**, 7).

2) G. Mie, Die Einführung eines vernunftgemäßen Koordinatensystems usw. Ann. d. Phys. **62**, 46, 1920.

3) Der Einwand, der von astronomischer Seite hiergegen erhoben werden kann, daß solche Körper wegen des in ihrem Innern herrschenden Strahlungsdruckes keinen Bestand haben können, gehört nicht hierher, wo

Dreht sich diese Riesensonne oder tut sie es nicht? Die Antwort darauf würden etwaige auf ihrer Oberfläche lebende Wesen, wenn sie ganz genaue Messungen vornehmen könnten, auch ohne jeden fremden Bezugskörper geben können, genau wie die in meiner Betrachtung[1]) erwähnten Bewohner eines Planeten, denen ein unzerreißbarer Wolkenschleier immer den Anblick des Himmels verhüllt. Wie ist das nun aber möglich? Andere Körper, in bezug auf die die Umdrehung festgestellt werden könnte, gibt es nicht, und doch wäre es widersinnig zu behaupten, daß aus diesem Grunde die Oberflächengestalt, die nur von inneren Kräften beherrscht wird, unbestimmt würde, da es auch unbestimmt wäre, ob der Körper sich dreht oder nicht. Das Gedankenexperiment des isolierten Weltkörpers, dessen Zulässigkeit doch nicht gut bestritten werden kann, scheint demnach die allgemeine Relativität zu widerlegen.

Doch wäre dies vorschnell geschlossen; denn gerade die Überlegung, daß der Einsteinsche starre Bezugskörper bei der Rotation gar nicht bestehen kann, und daß es innere Kräfte sind, die die Oberflächengestalt beeinflussen und daher die Tatsache der Umdrehung feststellen lassen, führt darauf, die Bezugskörper im Innern der Masse, d. h. in ihren Atomen und Atomsystemen zu suchen. In Wirklichkeit handelt es sich gar nicht um einen Körper, sondern um eine Unmenge kleinster Teile, die alle ihr — annähernd — selbständiges Dasein führen, einander wohl beeinflussen, aber doch nur so weit, daß die Weltlinie eines jeden durch eine Differentialgleichung mindestens 2. Ordnung bestimmt wird, also noch wenigstens zwei Integrationskonstanten zuläßt. Selbstverständlich ist das Vielkörperproblem weit davon entfernt, analytisch lösbar zu sein; soviel ist aber sicher, daß die Einzelteile, wenn man sie so kurze Zeit betrachtet, daß sie sich nicht gegenseitig stören, den Trägheitsgesetzen unterworfen sind. Also wird ein Einzelnes ein geradliniges Bahnstück mit gleichbleibender Geschwindigkeit zurücklegen, zwei werden umeinander rotieren, aber mit Erhaltung der Bahnebene im Raum usw. Man müßte also die Körper, in bezug auf welche die Umdrehung des Ganzen, die grundsätzlich ohne Zweifel festgestellt werden könnte, erfolgt, in dessen eigener Atomistik suchen. Das ist auch insofern befriedigend, als es nur die zwischen den einzelnen Atomen — das Wort im eigentlichen, nicht im konventionellen Sinne gebraucht — bestehenden Kräfte sind, die die Oberfläche des Ganzen beeinflussen.

Nun könnte man aber das Gedankenexperiment noch weiter treiben und die Frage aufwerfen: Wie verhält sich ein wirklich unteilbares Körperchen, etwa ein Elektron, das allein im Weltall vorhanden ist?

Ehe ich aber so weit gehe, will ich den nächst einfachen Fall, den der 2 Körper besprechen. Dabei will ich, weil wir sonst die Sachlage analytisch nicht beherrschen, von elektrischen Ladungen dieser Körper und auch von der schweren Masse des einen absehen, also das Problem des völlig isolierten Sonne-Planet-Systems behandeln. Die Lösung der Feldgleichungen der Gravitation ergibt dann, daß zwar die Weltlinie des Planeten eine geodätische Linie im vierdimensionalen Gebiet darstellt, dasselbe aber nicht von seiner Bahnlinie, d. h. der Projektion der Weltlinie auf den Ruhraum der Sonne, in diesem gilt. Sie wird vielmehr annähernd ein Kegelschnitt, insbesondere, wenn geschlossen, eine Ellipse mit Perihelwanderung, was im Ruhraum der Sonne als Umlauf des Planeten um diese gedeutet werden muß, so daß also Kopernikus allein und nicht auch Ptolemäus recht behält. Ja, aber im Ruhraum des Planeten? Nun, wie will man diesen eigentlich definieren? Vielleicht so, daß man auf der im Ruhsystem der Sonne bekannten Weltlinie des Planeten in jedem Punkte die orthogonalen Geodäten errichtet und so die einzelnen auf der Weltlinie aufgereihten Ruhräume erhält[1]). Die Projektion der geraden Weltlinie der Sonne auf diese Ruhräume wäre aber keineswegs eine um den Planeten als Brennpunkt gelegte Ellipse oder ähnliches, wovon man sich überzeugen kann, wenn man die Welt durch die Minkowskische und die Weltlinie des Planeten durch eine Schraubenlinie gleichbleibender Krümmung annähert. Bei Einführung der Masse des Planeten wird das zwar anders, läßt sich aber wegen der analytischen Schwierigkeiten noch nicht völlig übersehen; immerhin würde die Bahnkurve der Sonne im Ruhraum des Planeten auch dann weit davon entfernt sein, eine Ellipse um diesen Körper darzustellen, wenn letzterer nicht etwa eine der Sonne fast gleichkommende Masse besitzt. Also ist es nichts mit Ptolemäus, dessen System eben den durch die Massenverteilung gegebenen Geodäten der Raumzeitmannigfaltigkeit keine Rechnung trägt. Was man gewöhnlich als Ruhsystem des Planeten bezeichnet, beruht auf einer Täuschung über die Massenverhältnisse.

es sich um eine alleinige Theorie der Gravitation und die dabei denkmöglichen Fälle handelt.

1) Naturwiss. 8, Heft 51, S. 1008, 1920.

1) Ein solches Verfahren müßte man einschlagen, wenn man auch die Masse des Planeten berücksichtigen will; man sieht an den verwickelten Transformationsformeln, welche Schwierigkeit schon das Zweikörperproblem bei der verfeinerten Auffassung der Gravitation bereitet.

Erst wenn wir den letzten Schritt tun und in der sonst völlig verödeten Welt ein einziges Elektron oder einen einzigen unteilbaren Atomkern annehmen, besteht die Behauptung der Relativitätstheoretiker, daß wir uns diesen in beliebiger Bewegung begriffen denken können, zu Recht. Trotzdem könnte ich natürlich an dies Körperchen ein Bezugssystem anschließen, in dem es ruht oder mit gleichbleibender Geschwindigkeit sich bewegt, wodurch man Raum und Zeit „definieren" könnte; ein solches System würde ja auch dem Charakter der Raumzeitmannigfaltigkeit sich dadurch am besten anpassen, daß es so weit wie möglich geodätische Parameterlinien benutzt. Das geht uns hier aber nur mittelbar an. Wichtig dagegen ist, daß eine Umdrehung dieses Körperchens an sich völlig belanglos ist; denn es ist, wie gesagt, eines Massenpunktes Vertreter, der nur durch die Verknüpfung von Elektromagnetismus und Gravitation von endlicher Ausdehnung geworden ist. Ebensowenig wie ein rotierender Punkt etwas anderes ist als ein ruhender, gilt dies auch vom Elektron; es hat ja keine inneren Kräfte, genau genommen gar kein Inneres. An dies Körperchen ein Rotationssystem anschließen zu wollen, ist also unsinnig; wohl aber läßt es solche Systeme zu, die ihm eine beliebige fortschreitende Bewegung zuschreiben, von denen das Ruhsystem das einfachste ist.

Hiermit sind wir an der Grenze der Abstraktion angekommen; noch einen Schritt weiter, denken wir uns also auch das letzte Elektron weg, dann geraten wir ins Nichts.

Die Rotation hat sich also in jedem Falle, wo dieses Wort einen Sinn zuläßt, wenigstens grundsätzlich als absolute Bewegung erwiesen. An ihr allein schon würde die allgemeine Relativitätstheorie scheitern, wenn nicht, wie im ersten Teil nachgewiesen, die aus ihr hergeleitete Gravitationslehre Einsteins schon an sich mit dem Mangel der Verwischung des Unterschiedes zwischen Schwere und Trägheit behaftet wäre.

III. Soeben nach Fertigstellung dieser Arbeit kommt mir die Kopffsche Abhandlung: „Das Rotationsproblem in der Relativitätstheorie"[1]) zu Gesicht. Diese stellt bei richtiger Würdigung der Tatsachen eine Bestätigung meiner Ausführungen dar, wenn auch der Herr Verf. glaubt, zu einem anderen Ergebnis kommen zu müssen. Ich werde dies im folgenden nachzuweisen haben.

Zunächst zeigt die Arbeit ganz in meinem Sinne die Undurchführbarkeit der allgemeinen Relativitätstheorie bei der Zugrundelegung der vom Verf. so genannten Einsteinschen Gravitationsgleichungen I. Art $G_{\mu\nu} = S_{\mu\nu}$[1]) (auf Grund der Thirringschen Lösung des Rotationsproblems; die vom Verf. nicht angeführte, davon abweichende Kottlersche Lösung[2]) führt zu denselben Folgerungen).

Nun glaubt der Verf. das Relativitätsprinzip retten zu können, dadurch daß er diese Gleichungen I. Art verwirft und an ihre Stelle die II. Art: $G_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} = S_{\mu\nu}$[3]) setzt, zu denen Einstein nur aus kosmologischen Rücksichten gekommen war und die ihn selbst nicht als durch unser Wissen von der Gravitation gerechtfertigt erschienen[4]). Muß es schon auffallen, daß die Relativitätstheorie nicht von dem besonderen Ansatz für die Feldgleichungen unabhängig ist und übrigens gerade bei demjenigen scheitert, der ein Minimum von Willkür darstellt, so wird es sich bald herausstellen, daß auch der Rettungsversuch des Herrn Kopff unzulänglich ist.

Zunächst enthält der vom Verf. an die Spitze dieses Versuchs gestellte Satz, daß die $g_{\mu\nu}$ bei dem abgeänderten Ansatz ausschließlich durch die Materie des Weltalls bedingt werden im Gegensatz zu denen der ersten Annahme, eine Unrichtigkeit, die nur auf Unklarheit in der Auffassung der „Bedingtheit" zurückgeführt werden kann. Denn gesetzt den Fall, wir hätten eine Lösung für die $g_{\mu\nu}$ ermittelt, die also allein von den Massen abhängen soll, so können wir sie ja doch durch eine ganz beliebige von diesen Massen unabhängige Transformation wieder ändern. Das gilt offenbar nicht nur für Einsteins Ansatz I. Art, sondern auch für den II. Art, natürlich ebenso für jeden anderen beliebigen Ansatz der Feldgleichungen. Darin liegt ja gerade das „Erzeugen" des sogenannten Gravitationsfeldes durch bloße Koordinatentransformation, von dem Herr Einstein spricht, während Herr Kopff sich des vorsichtigeren, aber unklaren Ausdruckes: „Aus-

1) Naturwiss. **9**, Heft 1, S. 9. 1921.

1) $S^{\mu\nu}$ ist der Materietensor $-\varkappa\,(T_{\mu\nu} - {}^1/_2\, g_{\mu\nu}\, T)$.

2) Ann. d. Phys. **56**, 401, 1918.

3) Da ich gewöhnt bin, in dem Ansatz für das Linienelementquadrat die Realitätsverhältnisse gerade umgekehrt wie Herr Einstein zu bezeichnen, indem ich räumliche ds reell, zeitliche imaginär nenne, haben meine $g_{\mu\nu}$ das entgegengesetzte Zeichen wie bei Herrn Einstein; in den Komponenten $G_{\mu\nu}$ des Krümmungstensors hebt sich das dagegen wieder auf; so muß ich der Konstanten λ das entgegengesetzte Zeichen geben, um mit Herrn Einstein in der Sache übereinzustimmen.

4) Der von Herrn Einstein beklagte Mangel ist ja durch die Weylsche Theorie (Ann. d. Phys. **59**, 101, 1919) behoben worden; aber erstens hält Weyl selbst seinen Ansatz nicht für den glücklichsten, und zweitens, was wohl wesentlicher ist, zerstört er die Eleganz seiner Gleichungen dadurch, daß er sich von vornherein auf einen konstanten Krümmungsskalar $-F = a$ festlegt. Übrigens kommt bei Weyl wesentlich der Elektromagnetismus ins Spiel, von dem in der Einsteinschen Gravitationstheorie so gut wie gar nicht die Rede ist.

lösen der Gravitationskräfte" bedient. Auch dieser Ausdruck scheint mir völlig unangemessen. Mit nichts verbinden wir wohl so sehr und meiner Überzeugung nach mit vollstem Recht den Begriff des Unbeeinflußbaren wie mit der Materie und der ihr anhaftenden Gravitation; dem schlägt aber das Wort „Auslösen" gerade ins Gesicht. Selbstverständlich bedeutet es nichts anderes, als daß durch bloße Transformation der Koordinaten Gravitationsfelder erzeugt werden können, während ich wiederhole, daß sie nur durch die Verzerrung der Raumzeitmannigfaltigkeit infolge der in ihr befindlichen Materie gegeben sind und von Ewigkeit zu Ewigkeit, jedem menschlichen Eingriff entzogen, dauern. Wohl können wir durch Änderung des Bezugssystems von der Masse und von dem Schwerefeld ein anderes Bild bekommen, indem sie sich in das System anders projizieren, aber erzeugen und wegtransformieren lassen sie sich nicht. Weil die auf der allgemeinen Relativitätstheorie beruhende Einsteinsche Gravitationstheorie dies behauptet, wird sie dem Wesen der Schwere, die sie mit der Trägheit vermengt, nicht gerecht, und der Versuch Kopffs, die notwendige Verbindung der Gravitation mit der Materie zu retten, ist, weil im Rahmen der Einsteinschen Theorie unternommen, von vornherein zum Scheitern verurteilt. Daran kann auch der neue und ein etwaiger anderer Ansatz für die Feldgleichungen nichts ändern.

Wegen der Wichtigkeit der Sache aber lohnt es sich, auf die Darlegungen Herrn Kopffs im einzelnen näher einzugehen. Der springende Punkt in seiner Beweisführung ist der: Bei Annahme der Feldgleichungen I. Art könnte man (logisch) Rotationsfelder konstruieren, auch wenn man zu dem jedenfalls denkmöglichen Falle übergeht, daß alle Massen der Welt verschwinden[1]). Setzt man dagegen die Feldgleichungen II. Art an, so ist es ausgeschlossen, daß die Massen der Welt verschwinden; denn dann verschwindet auch der Radius des gekrümmten Raumes, der sich auf einen Punkt reduziert. Das ist aber voreilig geschlossen; dazu bedarf es ganz wesentlich der weiteren Annahme, daß die Massen in der Welt gleichmäßig verteilt sind, weil sonst die von Einstein in seinen kosmologischen Betrachtungen abgeleiteten Formeln nicht gelten. Ich bin allerdings der Ansicht, daß es genügt, zu fordern, daß es im Weltall kein einigermaßen ausgedehntes (d. h. bei Annahme eines endlichen Raumes mit dem gesamten Universum in der Größenordnung vergleichbares) Gebiet gibt, das ganz massenlos wäre. Wie weit das in Wirklichkeit zutrifft, soll später untersucht werden; jetzt genügt es, darauf hinzuweisen, daß mit dieser für die Schlüsse des Verf. notwendigen Voraussetzung seine Behauptung identisch ist, daß die Gesamtmasse der Welt nicht verschwinden könne. Dann muß es selbstverständlich immer ferne Körper geben, die als Bezugskörper gewählt werden können. Damit wäre zwar die Relativitätstheorie noch nicht gerettet; wie sich nachher herausstellen wird; aber die Klippe, an der sie unter der Herrschaft der Einsteinschen Gleichungen I. Art gescheitert ist, wäre vermieden. Aber, wie gesagt, nur deshalb, weil man ausdrücklich fordern muß, daß stets ferne Körper existieren.

Deren Vorhandensein ist nicht etwa durch die Feldgleichungen II. Art gegeben. An sich sind diese auch lösbar, wenn ihre rechte Seite, d. h. der Einsteinsche Materietensor, verschwindet. Setzt man nämlich für den einfachsten Fall, das Feld eines Massenpunktes im sphärischen Raume mit dem Radius R, das Linienelementarquadrat diesem Raum entsprechend an:

$$ds^2 = g_{00}\,dx^{0\,2} + g_{11}\,dr^2 + R^2 \sin^2\frac{r}{R}\,d\varphi^2 + \left| \right. \\ \left. + R^2 \sin^2\frac{r}{R}\sin^2\varphi\, d\vartheta^2, \right| \qquad (1)$$

so erhält man als Lösung der Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} + \lambda\, g_{\mu\nu} = 0: \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} g^{00}G_{00} &= \frac{1}{2}R^{-2}\sin^{-2}\frac{r}{R}\,(g_{00}g_{11})^{-1/2}\frac{d}{dr}\left[R^2\sin^2\frac{r}{R}\sqrt{\frac{g_{00}}{g_{11}}}\,\frac{d\lg g_{00}}{dr}\right], \\ g^{11}G_{11} &= g^{00}G_{00} - \frac{1}{Rg_{11}}\operatorname{ctg}\frac{r}{R}\left[\frac{d\lg(g_{00}g_{11})}{dr} + \frac{2}{R}\operatorname{tg}\frac{r}{R}\right], \\ g^{22}G_{22} &= g^{33}G_{33} = R^{-2}\sin^{-2}\frac{r}{R}\left[\frac{1}{g_{11}}\cos\frac{2r}{R} - 1\right] + \frac{1}{2Rg_{11}}\operatorname{ctg}\frac{r}{R}\cdot\frac{d\lg\frac{g_{00}}{g_{11}}}{dr}. \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

Diese sämtlichen Größen müssen unter sich gleich und gleich der Konstanten $-\lambda$ oder dem vierten Teile der skalaren Krümmung der Welt sein. Für die beiden letzten ist die erste Be-

[1]) Man braucht übrigens nicht so weit zu gehen, sondern nur zu fordern, daß alle Massen außer der einen, um deren Drehung es sich eben handelt, gleich o werden.

dingung von selbst erfüllt; damit die beiden ersten gleich werden, muß

$$g_{00} g_{11} = a \cos^2 \frac{r}{R} \quad [1] \qquad (4)$$

werden. Setzt man hieraus $g_{11} = \frac{a}{g_{00}} \cos^2 \frac{r}{R}$ in die Gleichung $g^{00} G_{00} = g^{22} G_{22}$ ein, so erhält man für g_{00} eine leicht lösbare Differentialgleichung 2. Ordnung, die den Wert

$$g_{00} = a - \frac{b}{R \sin \frac{r}{R}} - c \cdot R^2 \sin^2 \frac{r}{R} \qquad (5)$$

liefert[2]). Das ergibt für λ den immer konstanten Wert $\frac{3c}{a}$, d. h. es wird

$$c = \frac{\lambda}{3} a \quad [3]). \qquad (6)$$

Die Gleichungen II. Art geben also (für die räumlich geschlossene Welt) wohl diskutierbare Lösungen, auch wenn die gravitierende Masse in einem Punkt konzentriert und sonst das Weltall leer ist. Geschlossen muß der Raum sein, weil sonst g_{00} mit wachsendem r laut Gl. 5 negativ werden würde. Es wird zweckmäßig sein, die Integrationskonstanten so zu bestimmen, daß im Äquator der geschlossenen Welt (für $r = \frac{\pi}{2} R$) g_{00} verschwindet, weil sonst nach Gl. 4 das gleiche für g_{11} einträte. Das gibt die Bedingung

$$0 = a - \frac{b}{R} - c \cdot R^2.$$

Ferner muß, damit g_{00} nicht etwa schon früher 0 oder negativ werden kann,

$$\left| \frac{d g_{00}}{d \sin \frac{r}{R}} \right|_{r = \frac{\pi}{2} R} = \frac{b}{R} - 2c \cdot R^2 < 0$$

sein. Man erhält dann für g_{11} den Wert

$$[g_{11}]_{r = \frac{\pi}{2} R} = \frac{2a}{2c R^2 - \frac{b}{R}} = \frac{2c R^2 + \frac{2b}{R}}{2c R^2 - \frac{b}{R}} > 1,$$

wenn $b > 0$ ist.

Es würde sich, da der Ausdruck $\frac{1}{2} \frac{d g_{00}}{d r}$ angenähert die Gravitationsfeldstärke angibt, für diese der Wert

$$\frac{1}{2} \left(\frac{b}{R^2 \sin^2 \frac{r}{R}} - 2c R \sin \frac{r}{R} \right) \cdot \cos \frac{r}{R}$$

ergeben. Sie würde also kleiner ausfallen als im ebenen Raum und für $\lambda = 0$; für große r würde die Anziehung in eine Abstoßung übergehen. Ob das zulässig ist, will ich jetzt nicht entscheiden; jedenfalls aber müssen die Einsteinschen Feldgleichungen II. Art, wenn sie überhaupt gelten sollen, im Felde der Sonne mit großer Annäherung in der Gestalt der Gl. 2 angenommen werden, da das Gravitationsfeld der Sterne als quasikonstant zu betrachten ist. Daraus würde folgen, daß in großen Entfernungen die Materie von der Sonne fortstrebt; ob diese allerdings so groß sind, daß dort das Feld der Sterne abändernd eingreift, will ich dahingestellt sein lassen. Auf jeden Fall aber sind wir zu einer wohl zu erörternden Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen II. Art gekommen, auch wenn die Materie verschwindet — wie es ja auch nicht anders sein kann, da sonst das Sonnensystem keinen Bestand hätte.

Es ist also wohl denkbar, daß auch unter der Herrschaft dieser Gleichungen die Gesamtmaterie zu einem einzigen Körper zusammengeballt ist, und dann gelten für dessen Rotationsrelativität genau dieselben Bedenken wie bei Annahme der Gleichungen I. Art im unendlichen Raume.

Ganz abgesehen davon müssen aber die Voraussetzungen des endlichen Raumes und der annähernd gleichmäßigen Verteilung und Ruhe der Materie einer Kritik unterzogen werden. Eine Gravitationstheorie, die diesen nicht unterworfen ist, scheint mir von vornherein vorzuziehen. Wo bleibt sonst ihre Einfachheit? Bedürfte es nicht, um mit Herrn Einstein zu reden, vieler unabhängiger Hypothesen, um zu ihren Folgerungen zu gelangen?

Nun zum einzelnen. Denknotwendig ist der endliche Raum nicht. Ob er verwirklicht ist oder nicht, läßt sich durch unmittelbare Beobachtungen äußerst schwer entscheiden; es würde also so lange die allgemeine Relativitätstheorie einer notwendigen, aber längst nicht hinreichenden, Grundlage entbehren, bis der Raum sicher als endlich erkannt wäre. Das kann aber noch sehr lange dauern; immerhin ist es nicht unmöglich, daß durch theoretische, natürlich von der Relativitätstheorie unabhängige Schlüsse diese Endlichkeit sich herausstellen könnte. Davon erhoffe ich eher etwas als von der unmittelbaren astronomischen Erfahrung wegen deren Schwierigkeit. Selbstverständlich ist es nicht angängig zu sagen: der

1) Vgl. hierzu meine demnächst in den Ann. d. Phys. erscheinende Arbeit: Das kugelsymmetrische Gravitationsfeld in einer elektrizitätsfreien Welt, Abschnitt II.

2) a, b und c sind Integrationskonstanten.

3) Die Ergebnisse können durch Annahme von unendlichen oder imaginären Werten von R auch auf den ebenen oder pseudosphärischen Raum übertragen werden. Es ist bemerkenswert, daß man zwangsläufig zur Annahme eines konstanten λ in der Feldgleichung 2 kommt.

Raum muß endlich sein; denn es geht nicht ohne Relativitätstheorie.

Ob ferner die Materie im großen gleichmäßig verteilt ist, möchte mir zweifelhaft erscheinen. Das trifft vielleicht in unserem Milchstraßensystem zu, wenn wir genügend große Gebiete miteinander vergleichen und es mit den Abweichungen nicht allzu genau nehmen; aber dies System ist, wie Herr Kopff im Einverständnis mit de Sitter gegen Schwarzschild annimmt, nicht das Universum, und wie es in diesem aussieht, wissen wir noch zu wenig. De Sitters Theorie selbst ist doch wieder an so viele Voraussetzungen gebunden, daß mir die Annahme der gleichmäßigen Verteilung im ganzen Universum als verfrüht erscheint.

Schließlich aber die Ruhe des Weltalls! Auf den ersten Blick scheint nichts unwandelbarer als der ewige Himmel; aber völlige Ruhe für die Sterne annehmen zu wollen, ist ein Unding und mit keinem Gravitationsgesetz zu vereinbaren, und nur angenäherte hilft uns nichts. Einstein weist in seiner Antwort auf meine Betrachtung darauf hin, daß es von der Relativitätstheorie zu viel verlangt sei, durch dieselbe Koordinatenwahl das mechanische Verhalten zweier oder mehrerer Massen als bloße Trägheitswirkungen zu deuten. Hier handelt es sich um grundsätzliche Fragen, und wenn man sagt, Rotationen lassen sich in bezug auf den Fixsternhimmel feststellen, so muß dem entgegengehalten werden, daß es einen Fixsternhimmel als Bezugskörper nicht gibt; es gibt nur Sterne, die alle, wenn auch in geringem Maße, in Bewegung gegeneinander sind. Man hat also ebensoviel Bezugssysteme wie Einzelkörper, und wie soll man zu einem mittleren System kommen, das ja vielleicht noch als Ausweg aus diesem Wirrsal erscheinen könnte? Nach welchem Grundsatz sollte denn eine solche Mittelbildung vorgenommen werden? Schließt nicht jeder solcher Satz wieder die Bevorzugung irgendeines Koordinatiensystemes ein, zu der kein innerer Grund vorliegt? Die Sachlage wird noch bedenklicher, wenn wir uns überlegen, daß jeder dieser Weltkörper aus einer Unmasse von kleinsten Teilen, die alle ihre selbständige Bewegung haben, besteht. Deshalb sind grundsätzlich nur solche Systeme gestattet, die an einen solchen kleinsten Teil, etwa ein Elektron, gebunden sind; denn es fehlt uns nach der allgemeinen Relativitätstheorie die Möglichkeit der eindeutigen Mittelbildung. Und selbst wenn diese gegeben wäre, so würden wir wieder Bewegungen und Trägheitswirkungen in bezug auf ein gedachtes System feststellen, was ja die Relativitätstheorie nicht will. Die notwendige Voraussetzung der völligen Ruhe der Bezugskörper (gegeneinander), die die allgemeine Relativitätstheorie, wenigstens das Rotationsproblem verlangt, ist also nicht erfüllt und kann nicht erfüllt werden; denn in der Welt herrscht, wie Weyl hervorhebt, zwar Ruhe im Großen, aber Unruhe im Kleinen. Natürlich wäre die Erfüllung dieser Bedingung ebenfalls nicht hinreichend, da das Bezugssystem der Sterne doch immer nur ein — allerdings von Natur — bevorzugtes Koordinatensystem wäre, der Übergang zu anderen, aber immer in unserer Willkür stände und von den Massen der Gestirne unabhängig wäre.

Nach alledem wird man sich des Eindruckes nicht erwehren können, daß die allgemeine Relativitätstheorie erstens an inneren Widersprüchen krankt und zweitens dem Wesen der Schwere nicht gerecht wird.

Wilhelmshaven, den 5. Februar 1921.

(Eingegangen 18. Februar 1921.)

Elemententwicklung und Atomkernbau. I.

Von Emil Kohlweiler.

In zwei früheren Arbeiten[1]) habe ich eine Theorie des Atomkernbaus und der Isotopie der chemischen Elemente, sowie, damit zusammenhängend, eine Theorie des genetischen bzw. konstitutionellen Zusammenhangs der einzelnen Atomarten entwickelt. Darnach lassen sich die Elemente in zwei Reihenpaaren darstellen, einem Reihenpaar der Elemente mit geraden Ordnungszahlen und einem Reihenpaar mit ungeraden Nummern ihrer Komponenten. Beide Reihenpaare bestehen analog den beiden aktiven Zerfallsreihen des U und des Th, die das Ende des geraden Entwicklungsreihenpaars bilden, aus zwei isotopen Reihen, und die Entwicklung erfolgt in beiden Reihenpaaren entsprechend den radiologischen Verschiebungssätzen durch Einlagerung von He^{++} bzw. Elektronen (e^-) in den Kern der in der Reihe vorhergehenden Atomart. Die isotopen Komponenten jedes Reihenpaares unterscheiden sich, abgesehen von Alternationsisotopen derselben Reihen, die um 1 He^{++} und 2 e^- differieren, dadurch, daß das schwerere Isotop 2 H^+ und 2 e^- mehr enthält als wie das leichtere.

Von den Isotopen der Theorie kann in Wirklichkeit nur eine Komponente vertreten sein, während die andern fehlen können, infolge Instabilität ihrer Kernkonfiguration, was aus dem Verbindungsgewicht des betreffenden Element-

1) Diese Zeitschr. 21, 203, 1920 und 21, 311, 1920.

typus gefolgert werden kann. So sagte ich für C, N und O je die Existenz nur eines Isotops voraus, was durch Versuche von Stern und Vollmer und Aston als richtig bestätigt wurde. Die Berechtigung einer Gliederung in H^+-haltige und H^+-freie Atome erwiesen die Rutherfordschen Atomanalysen, die mit der Theorie ergaben, daß der N-Kern H^+ enthält, während den C- und O-Kernen diese subatomaren Partikelchen fehlen. Eine Korrektur der aufgestellten Atomkernbautheorie erzwingt dagegen die Entdeckung des $x_3{}^{++}$ durch Rutherford in N und O als vierten zunächst elementaren Baustein der Grundstoffe. Als die Elemententwicklung bedingender Faktor tritt dieses $x_3{}^{++}$ aber im geraden Reihenpaar z. B. nur bis zum Elementtyp 6 auf, den Gesetzen der He^{++}-Entwicklung gehorchend, und da hierbei für das Schlußglied C dieser Entwicklungsperiode 4 $x_3{}^{++}$ in der Masse die 3 He^{++} der Theorie ersetzen, ist evident, daß die Atommassen der folgenden Isotopen von der Theorie richtig gegeben werden. Die Meldung F. W. Astons von der Existenz des (allerdings nur schwach vertretenen) Ne 21 ließen mich für die ersten Elemente des geraden Reihenpaares noch eine dritte isotope Zwischenreihe annehmen.

Die Annahme der Atommassen zu geraden Zahlen wurde durch Aston für das gerade Reihenpaar bestätigt. Dagegen konnte ich nach Bekanntwerden des Ergebnisses der Massenanalyse für Cl, $Cl(35{,}46) = Cl\,35 + Cl\,37$, bereits in der Schlußanmerkung der zweiten meiner eingangs genannten Arbeiten auf eine notwendige Verschiebung der ebenfalls als gerade angenommenen Atommassenzahlen um eine Einheit für die Glieder des ungeraden Reihenpaares hinweisen[1]). Auch hier haben wir für die allerersten Elemente die Existenz einer dritten (Zwischen-)Reihe anzunehmen, die leichtere der ursprünglichen geraden Reihe (natürlich unter Einführung der „$x_3{}^{++}$-Korrektur"), die zu N 14 führt.

Unter Berücksichtigung dieser neuen Daten, $x_3{}^{++}$-Gehalt des N und O, Existenz eines Ne 21, eines N 14 und eines $Cl\,35$ und $Cl\,37$, ergibt nun meine Theorie für die ersten Elementtypen das Bild der beigegebenen Tabelle, das, speziell für die Isotopen des geraden Reihenpaares, nur durch die Einschaltung einer ungeraden Reihe für den Anfang und für die Isotopen des ungeraden Reihenpaares nur durch die Änderung der Atommassen um eine Einheit, auf die bereits hingewiesen wurde, von den Schemata meiner oben genannten Arbeit abweicht. Die in Klammern beigefügten Ziffern bedeuten die Zahl der Kernbestandteile der betreffenden Atomart, in der Reihenfolge He^{++}, $x_3{}^{++}$, H^+, e^-. Eine eckige Klammer bedeutet das auf Grund des Verbindungsgewichtes gefolgerte Nichtvorhandensein der betreffenden Komponente, und ein Fragezeichen soll die Möglichkeit des Fehlens bzw. Vorhandenseins der skizzierten Atomart andeuten. Die experimentell bestätigten Komponenten sind halbfett gedruckt. Die theoretischen Urtypen aller Elemente besitzen die Massen 6, 7 und 8, durch Addition von $x_3{}^{++}$ und e^- bilden sich zunächst noch Li 9, sowie die ersten Glieder der geraden Reihen Be 9, Be 10, Be 11.

Bestätigt wurden aus der (nicht geänderten) Theorie der geraden Elemente durch F. W. Aston die Elemente C 12 und O 16, sowie auch das alleinige Vorhandensein dieser beiden Komponenten der Typen C und O, d. h. die Elementnatur beider. Weiter findet Aston in Über-

6 (0201)	7 (0212)	8? (0223)	
9? (0303) = $Li\,6 + 0102$			
12? (0403)	**10** (0312)	**11** (0323)	
[15(0503)]	[13(0412)]	**14** (0423)[1])	
19 ($N\,15 + 1000$)	[17]		
23 ($N\,15 + 2000$)	[21]		
27 ($N\,15 + 3000$)	25? ($N\,13 + 3000$)	29 ($N\,13 + 4002$)	
		29 ($N\,13 + 4001$)	
31 ($N\,15 + 4000$)	[29 ($N\,13 + 4000$)]	33? ($N\,13 + 5002$)	
35 ($N\,15 + 5000$)		**37** ($N\,13 + 6002$)	

3 Li	6 (0201)	7 (0212)	8 (0223)	
4 Be	9 (0302)	10 (0313)	11? (0324)	
5 B				
6 C	**12** (0402)[2])	[13 (0413)]	[14 (0424)]	
7 N	$N\,14 + (0001) = C\,14$			
8 O	**16** (1402)	[17]	[18]	
9 F				
10 Ne	**20** ($C\,12 + 2000$)	**21**? ($C\,13 + 2000$)	**22** ($C\,14 + 2000$)	
11 Na				
12 Mg	**24** ($C\,12 + 3000$)	**25**? ($C\,13 + 3000$)	**26** ($C\,14 + 3000$)	
13 Al				
14 Si	**28** ($C\,12 + 4000$)		**30**? ($C\,14 + 4000$)	
15 P				
16 S	**32** ($C\,12 + 5000$)		34? ($C\,14 + 5000$)	
17 Cl				
18 Ar	**36**? ($C\,12 + 6000$)	**40** ($C\,12 + 7002$)	38 ($C\,14 + 6000$)	
19 K		40 ($C\,12 + 7001$)		
20 Ca	40 ($C\,12 + 7000$)	44? ($C\,12 + 8002$)	42 ($C\,14 + 7000$)	

1) Wie auch auf eine hieraus folgende Alternation zwischen P und Al. Ich hatte, wie auch Soddy, für Cl die Komponenten $Cl\,34$ und $Cl\,36$ angenommen.

2) Mit Rutherford. Den Herrn Prof. Dr. St. Meyer und Dr. W. Bein danke ich für die freundliche Übermittlung der Inhalte der jeweilig neuen, mir schwer zugänglichen ausländischen Literatur bestens.

einstimmung mit der Theorie $Ne20$ und $Ne22$, $Si28$ und $Si30$?, $S32$, $Ar36$? und $Ar40$. Speziell die letzte Komponente bestätigt die Richtigkeit einer Alternation der leichteren Reihe zwischen Ca und Ar. Von den beiden Isotopen $Ar36$ und $Ar38$ der Theorie muß mindestens eine in Anbetracht des Mischgewichtes Ar (<40) vorhanden sein, eine kann natürlich fehlen. Für S ist das alleinige Auftreten von $S32$ unter Berücksichtigung des Verbindungsgewichts S (>32) nicht wahrscheinlich; eine Beimischung von zirka 5 Proz. $S34$ ist anzunehmen. A. Dempster berichtet über $Mg24$ und $Mg26$. Das von ihm ebenfalls gefundene $Mg25$ beweist die Realität der Zwischenreihe, die aus $Ne21$ gefolgert wurde. Ob diese Zwischenreihe für die allerersten Glieder real ist, sowie ob sie über Mg weiter- oder in die $N13$-Reihe übergeht, läßt sich nicht entscheiden. Astons $Si29$ folgt als Alternationsisotop der leichteren ungeraden Reihe zwischen P und Al.

Auf der Seite der ungeraden Elemente bestätigt Aston die Elementnatur des N als $N14$. Aus den auf Grund des Falles Cl korrigierten ungeraden Reihen findet Aston sodann $B10$, $B11$ und die Elementnatur von F und P als $F19$ und $P31$. Die Komponente $B12$ konnte Aston noch nicht nachweisen, da die Linie $B12^+ = C12^+$ ist; die Linie 50 ist nach Aston nicht als $B12F_2^+$, sondern als $Hg200^{++++}$ zu deuten; doch muß auch nach Aston wegen der relativ großen Intensität der Linie $B10^+$ verglichen mit dem Mischwert 10,9 noch eine Komponente >11 vorhanden sein. Die Fortsetzung der Reihen ergibt sodann für As (74,96) statt $As74 + As76$ die Komponenten $As75 + As77$ (wie statt $Cl34$ und $Cl36$ die Isotope $Cl35$ und $C37$ zu setzen waren), von denen das schwerere unter Berücksichtigung des Verbindungsgewichtes als fehlend anzunehmen ist, und für das folgende Br ergeben sich $Br79$ und $Br81$. Aston findet alle 3 Elemente und nur diese 3.

Bemerkenswert ist, daß bei den geraden Elementen die Komponenten der anfänglich leichteren Reihe stabiler sind ($C12$ gegen $[C14]$, $O16$ gegen $[O18]$, $Ne20$ gegen $Ne22$, $Mg24$ gegen $Mg26$ usw.) und auch nach der Alternation der leichteren Reihe (entgegen den Regeln betreffs Stabilität der α-Strahler der Radioreihen) stabiler bleiben ($Ar40$ gegen $[Ar38]$), während für die Elemente mit ungeraden Ordnungszahlen die schwereren Komponenten die beständigeren und häufigeren sind ($F19$ gegen $[F17]$), $Na23$ gegen $[Na21]$, $P31$ gegen $P33$ usw.), welcher Zustand ebenfalls durch Alternation nicht gestört wird ($Cl35$ gegen $Cl37$)[1]. Die Theorie der Kernbaupartikelchen zeigt, daß die häufigeren Komponenten, von $C12$ bzw. $N15$ abstammend, diejenigen sind, die im Kern keine H^+-Teilchen besitzen. H^+-Gehalt scheint somit die Stabilität eines Atoms herabzusetzen. Das Erhaltenbleiben dieser Beziehung auch nach den anfänglichen Alternationen zeigt, daß in diesen relativ einfachen Atomen noch die Wirkung der zentralen H^+ durch die periphere Umgruppierung infolge der Alternationspartikelchen nicht beeinträchtigt wird, während bei den komplizierteren Radioelementen, bei denen das H^+-Zentrum viel „weiter" vom Kernrand entfernt ist, die Änderungen im letzteren durch Alternationen bestimmender sind, weshalb z. B. das Th, das stabiler ist als das Isotope Jo, nach einer Alternation das im Vergleich zu Jo instabilare $RaTh$ liefert (Regel für α-strahlende Isotope von Fajans).

Durch Aston wurde die „Whole-number"-Regel der Elemente ausnahmslos bestätigt, von H abgesehen, für den auch aus dem Massenspektrum eine Atommasse von 1,00799 folgt. Dies muß bei der Ermittlung der genauen Atomgewichte der Isotopen berücksichtigt werden, wie auch die Masse der e^- zu 0,00054, die eventuelle Abweichung der x_3^{++}-Partikel von der Atommasse 3 und der Massenverlust beim Zusammentritt der subatomaren Partikelchen zu den komplexen Atomen unter Energie-Lieferung. He hat die Atommasse 4, und da der Einlagerung eines He^{++} stets die Aufnahme von $2\,e^-$ ins äußere Elektronensystem parallel geht, kann für die α-Entwicklung unter Einschluß der äußeren Elektronen eine Massenzunahme von genau 4,000 eingesetzt werden. Der H^+-Kern wiegt $H - e^- = 1{,}00799 - 0{,}00054 = 1{,}00075$ relative Einheiten. Der Massenverlust ist äquivalent der bei der Bildung der chemischen Elemente frei gewordenen Energie, und dieser entspricht wieder der zur Auflösung eines Atoms erforderliche Energieaufwand, der sich aus den Rutherfordschen Versuchen ermitteln läßt. Würde der Zusammenstoß zwischen α-Partikel und O-Atom (die Dissoziationsarbeit $O_2 \rightarrow 2O$ ist von weit kleinerer Größenanordnung und daher zu vernachlässigen) ohne Demolierung des letzteren, elastisch verlaufen, so würde das O-Atom dadurch eine Geschwindigkeit

$$v = \frac{2\,M_{He} \cdot c_{He}}{M_H + M_0} = \frac{2}{5} c_{He}$$ [2])

erhalten; die kinetische Energie des O würde wachsen um $\frac{1}{2} M_0 v^2$, woraus sich ein Massen-

1) $N14$ und $B11$ bilden Ausnahmen hiervon.

2) Die Eigengeschwindigkeit des O ist gegen c_{He} zu vernachlässigen.

Element	Korrektion der Atommasse.			Massenverlust	Atommasse (Verbindungsgewicht)	
	$x_3{}^{++}$	H^+	e^-		berechnet	experiment.
O 16 (1402), 8	4 . 0.001	0	8 . 0,00054	$^{16}/_{16}$. 0,008	16.000	16,000
C 12 (0402), 6	4 . 0.001	0	(2 + 6) . 0,00054	$^{12}/_{16}$. 0,008	12,002	12.0
S 32 (5402), 16	4 . 0.001	0	(2 + 6) . 0,00054	$^{32}/_{16}$. 0,008	31,99	32,06
P 31 (4503), 15	5 . 0,001	0	(3 + 7) . 0,00054	$^{31}/_{16}$. 0,008	30,99	31,04
N 14 (0423), 7	4 . 0,001	2 . 0,0075	(3 + 7) . 0,00054	$^{14}/_{16}$. 0,008	14,017	14,01
F 19 (1503), 9	5 . 0,001	0	(3 + 7) . 0,00054	$^{19}/_{16}$. 0,008	19,001	19,0
Na 23 (2503), 11	5 . 0,001	0	(3 + 7) . 0,00054	$^{23}/_{16}$. 0,008	22,999	23,00
Ar 40 (7404), 18	4 . 0,001	0	(4 + 6) . 0,00054	$^{40}/_{16}$. 0,008	39,980	39,88
Mg 24 (3402), 12	4 . 0,001	0	(2 + 6) . 0,00054	$^{24}/_{16}$. 0,008		
Mg 25 (3413), 12	4 . 0 001	1 . 0,0075	(3 + 6) . 0,00054	$^{25}/_{16}$. 0,008	24,37 [1]	24,32
Mg 26 (7424), 12	4 . 0,001	2 . 0,0075	(4 + 6) . 0,00054	$^{26}/_{16}$. 0,008		
Ne 20 (2402), 10	4 . 0.001	0	(2 + 6) . 0,00054	$^{20}/_{16}$. 0,008	19,998	
Ne 21 (2413), 10	4 . 0,001	1 . 0,0075	(3 + 6) . 0,00054	$^{21}/_{16}$. 0,008	21,006	
Ne 22 (2424), 10	4 . 0,001	2 . 0,0075	(4 + 6) . 0,00054	$^{22}/_{16}$. 0,008	22,013	
Ca 40 (7402), 20	4 . 0,001	0	(2 + 6) . 0,00054	$^{40}/_{16}$. 0,008	39,988	40,07
Cr 52 (10404), 24	4 . 0,001	0	(4 + 6) . 0,00054	$^{52}/_{16}$. 0,008	51,98	52,0

zuwachs vom $m = \frac{1}{2} M_0 \frac{v^2}{c^2} = 0{,}0056$ ergeben würde. Verläuft der Stoß dagegen völlig unelastisch, derart, daß die gesamte kinetische Energie der α-Partikel zur Auflösung des O-Atoms verbraucht wird, so resultiert hieraus ein Massenzuwachs von $\frac{1}{2} M_{He} \frac{c_{He}{}^2}{c^2} = 0{,}0088$. Der tatsächliche Wert dürfte nun wohl zwischen 0,0056 und 0,0088 liegen, und zwar näher dem letzteren Wert, weshalb der Wert des Massenverlustes bei der O-Bildung a1s 1 He^{++}, 4 $x_3{}^{++}$ und $(2 + 8) e^-$ zu 0,008 gesetzt werden mag. So berechnet sich die Atommasse für O 16(1402) zu $4 + 4 \cdot x + (2 + 6) \cdot 0{,}00054$ (die beiden Außenelektronen $C \rightarrow O$ sind bereits in $He = 4$ enthalten) $— 0{,}008 = 3{,}996 + 4x$. Dieser Wert ist gleich 16,000 zu setzen, so daß sich für $x_3{}^{++}$ die Atommasse zu 3,001, die Korrektion für $x_3{}^{++} = 3$ somit zu 0,001 ergibt. Hat sich He^{++} aus 4 H^+ und 2 e^- gebildet, so ist der Massenverlust bei diesem Vorgang $4 \cdot 0{,}008 = 0{,}032$; für $x_3{}^{++}$ dürfte sich bei analoger Bildung ein etwas kleinerer, der Größenordnung nach aber gleicher Betrag wie für He und ein erheblich kleinerer Betrag wie für O erwarten lassen (denn $x_3{}^{++}$ geht aus dem O-Bombardement gleich He^{++} unversehrt hervor); aus den Berechnungen folgt hierfür $3 \cdot 1{,}008 — 3{,}001 = 0{,}023$, eine befriedigende Übereinstimmung. Unter diesen Voraussetzungen berechnen sich nun die genauen Atomgewichte der folgenden Zusammenstellung, wobei der Massenverlust proportional der Atommasse berechnet ist.

Die Übereinstimmung der errechneten Werte mit den experimentell ermittelten ist besonders für C, N, F und Na sehr gut. Für S folgt aus den Werten wahrscheinlich das schwache Vorhandensein einer Komponente S 34, deren Nachweis durch Massenspektralanalyse schwer gelingen dürfte (vielleicht durch außerordentlich lange dauernde Einwirkung; die Linie 34 für S^+ kann aber verdeckt werden durch die Linie $34 = S32H_2{}^+$ wie auch die Linie zweiter Ordnung 17 für $S34^{++}$ durch OH^+ verdeckt werden könnte, doch müßte eine Linie $36 = S34H_2{}^+$ zu erwarten sein, vorausgesetzt, daß deren Intensität nicht zu schwach zum Nachweis ist, was ziemlich wahrscheinlich scheint). Für P ist ebenfalls die Existenz eines Isotops P 33 anzunehmen, aber auch nur in durch Massenanalyse kaum nachweisbarer Menge. Für Ar ist die von Aston nicht sicher nachgewiesene Komponente Ar 36 schwach vorhanden, selbst wenn sein Verbindungsgewicht nach Leduc 39,91 ausmacht. Für Ca ist außer Ca 40 in geringer Menge noch ein schwereres Isotop zu erwarten, während Cr wohl ein reines Element sein dürfte.

Stuttgart, Februar 1921.

(Eingegangen 21. Februar 1921.)

1) Die Intensitäten der 3 Mg-Linien verhalten sich nach Dempster wie 6 : 1 : 1.

Tabelle der Farbenhalbe nach Ostwalds Farbenlehre.

Von Hans Maurer.

In dieser Zeitschrift **22**, 91, 1921 gibt Herr Ostwald eine Tabelle der 100 Farbenhalbe nach Intervallen der Wellenlängen, die den Farbtönen Nr. 0 bis 99 entsprechen. Er bezeichnet die Verhältnisse als ziemlich verwickelt und erläutert sie deshalb noch durch eine Figur. Der Eindruck, daß diese Verhältnisse verwickelt seien, scheint mir nur durch die wenig glückliche Anordnung der Zahlentabelle zu entstehen, die folgende Form hat:

Nr.	Ultrarot bis	bis	bis Ultraveil	Nr.
0		487		50
1		500		51
.		.		.
.		.		.
19		564		69
20	420	565		70
21	423	565		71
.	.	.		.
.	.	.		.
48	486	655		98
49	486	662		99

Dies ist allerdings schwer verständlich, denn ohne ausführliche Erläuterungen wird niemand auf den Gedanken kommen, daß hierin z. B. dem Farbton Nr. 21 entsprechen soll die Gesamtheit aller Wellenlängen über 566 und unter 423, und andererseits dem Farbton 98 die Gesamtheit aller Wellenlängen zwischen 486 und 655. Die Tabelle ist um so weniger übersichtlich, als in ihr von links nach rechts folgen: Ultrarot (größte Wellen), dann eine Spalte mit kleinen sichtbaren, darauf eine mit großen sichtbaren Wellen und schließlich Ultraveil (kleinste Wellen).

In Wirklichkeit aber sind die Verhältnisse einfach, wie sofort ersichtlich ist, wenn man der Zahlentabelle folgende Form, deren Annahme ich Herrn Ostwald empfehle, gibt:

Außerhalb	innerhalb	der Wellenlängen		
Nr.	Nr.			
0	50	Ultraveil	bis	487
1	51	„	„	500
.	.	„	„	.
.	.	„	„	.
19	69	„	„	504
20	70	420	„	565
21	71	423	„	566
.	.	.	„	.
.	.	.	„	.
48	98	486	„	655
49	99	486	„	662

Hier ist ohne Erläuterung klar: Jeder Farbton von Nr. 50 bis 99 entspricht der Gesamtheit aller Wellenlängen des angegebenen Intervalls, jeder von 0 bis 49 dem Rest außerhalb des Intervalls. Nur aus Wellenlängen des sichtbaren Spektrums setzen sich also die Farbtöne 70 bis 99 zusammen; an jenen von 50 bis 69 nimmt Ultraveil teil, an jenen von 0 bis 19 Ultrarot, da stets wenigstens Wellenlängen > 564 bis ins Ultrarot dazu gehören, und an jenen von 20 bis 49 sowohl Ultraveil als auch Ultrarot.

Berlin, Februar 1921.

(Eingegangen 21. Februar 1921.)

Zur Nomenklatur der radioaktiven Familien.

Von M. C. Neuburger.

Durch die Untersuchungen von Otto Hahn und Lise Meitner, sowie von Stefan Meyer u. a. über die Genesis des Actiniums, ist der Zusammenhang der Actiniumfamilie mit der Uranfamilie mit großer Sicherheit festgestellt worden.

Es wurde bisher immer von drei radioaktiven Familien gesprochen, womit die Uran-Radium-, die Actinium- und die Thoriumfamilie gemeint war. Aus den Ergebnissen der Arbeiten der genannten Forscher folgt jedoch, daß heute dieser Ausdruck seine Berechtigung verloren hat.

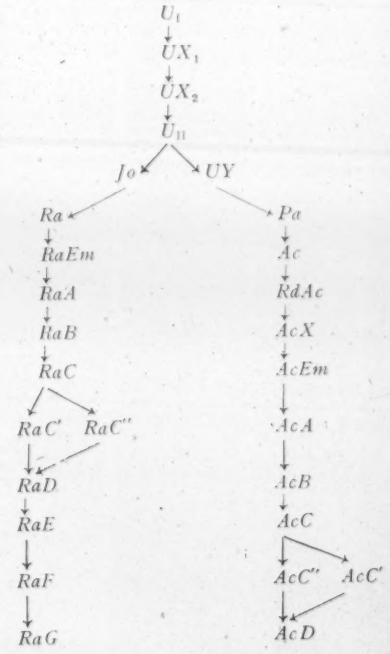
Danach sind Uran- und Thorium als die Urelemente des radioaktiven Zerfalls aufzufassen, so daß es nur mehr zwei große Familien der Radiumelemente gibt.

Auf Grund dieser Auffassung schlagen wir die nachfolgenden Bezeichnungen der radioaktiven Familien vor.

Wir unterscheiden

1. Hauptfamilien und
2. Zweigfamilien.
3. Stammfamilien.

Als Hauptfamilien werden die Uranfamilie, worunter die Reihe



verstanden werden soll und die ganze Thorium-

familie bezeichnet, von welcher heute noch keine Zweigfamilie bekannt ist.

Die Reihe

$$U_I \xrightarrow{\alpha} UX_1 \xrightarrow{\beta} UX_2 \xrightarrow{\beta} U_{II}$$

bezeichnen wir als Stammfamilie des Urans.

Als Zweigfamilien bezeichnen wir die Radiumfamilie

$$Jo \xrightarrow{\alpha} Ra \xrightarrow{\alpha} RaEm \xrightarrow{\alpha} RaA \xrightarrow{\alpha} RaB \xrightarrow{\beta} RaC \begin{cases} \xrightarrow{\phi} RaC'' \\ \xrightarrow{} RaC' \xrightarrow{\alpha} RaD \end{cases} \text{ usw.}$$

und die Actiniumfamilie

$$UY \xrightarrow{\beta} Pa \xrightarrow{\alpha} Ac \xrightarrow{(\beta)} RdAc \xrightarrow{\alpha} AcX \xrightarrow{\alpha} AcEm \xrightarrow{\alpha} AcA \xrightarrow{\alpha} AcB \xrightarrow{\beta} AcC \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} AcC'' \\ \downarrow\beta \\ AcC' \xrightarrow{\alpha} AcD. \end{cases}$$

Da für die Reihe

$U_I \rightarrow UX_1 \rightarrow UX_2 \rightarrow U_{II} \rightarrow Jo \rightarrow Ra \rightarrow RaEm$ usw.

die Bezeichnung Uran-Radiumfamilie in Gebrauch ist, so soll auch, wenn nur die Reihe

$U_I \rightarrow UX_1 \rightarrow UX_2 \rightarrow UX_{II} \rightarrow UY \rightarrow Pa \rightarrow Ac$ usw.

betrachtet wird, dafür die Bezeichnung Uran-Actiniumfamilie eingeführt werden.

Sollte, wie G. Kirsch auf Grund theoretischer Annahmen vermutet, eine zweite Actiniumfamilie existieren, würde dies für die von uns vorgeschlagenen Bezeichnungen der radioaktiven Familien keine Schwierigkeiten bedeuten.

Es wäre uns sehr erwünscht, wenn die auf dem Gebiete der Radioaktivität tätigen Forscher zu den vorgeschlagenen Bezeichnungen Stellung nehmen möchten, damit eventuelle Mängel derselben aufgedeckt werden.

Insbesondere möchten wir die Frage zur Diskussion stellen, aus welchen Gründen die Zuzählung von Uran Y zur Stammfamilie des Urans, wie dies bisher immer geschehen ist, notwendig sein soll. Bei der Anwendung der neuen in Vorschlag gebrachten Nomenklatur ist diese Einbeziehung von Uran Y nur dann durchzuführen, wenn auch das Ionium der Stammfamilie hinzugerechnet wird. Im Gegensatz zu Uran Y ist aber bisher immer üblich gewesen, das Ionium der Radiumfamilie zuzuzählen. Mit der gleichen Berechtigung rechnen wir das Uran Y der Actiniumfamilie zu, da ja doch das Mutterelement der beiden Radioelemente ein und dieselbe Substanz ist. Die Stelle der Abzweigung in der Uranfamilie ist zwar noch nicht sicher festgestellt worden, doch aus theoretischen und experimentellen Ergebnissen folgt mit sehr großer Wahrscheinlichkeit, daß die Verzweigung bei Uran II eintritt.

Sollte sich die Mehrzahl der Forscher jedoch für die Einbeziehung von Uran Y zur Stammfamilie des Urans aussprechen, so müßte unter der Bezeichnung „Stammfamilie“ dann die Reihe

$$U_I \xrightarrow{\alpha} UX_1 \xrightarrow{\beta} UX_2 \xrightarrow{\beta} U_{II} \begin{cases} \xrightarrow{\phi} Jo \\ \xrightarrow{\alpha} UY \end{cases}$$

verstanden werden und die Radium- und die Actiniumfamilie müßten dann mit den Radioelementen, Radium, bzw. Protactinium beginnen.

Zusammenfassung.

Es wird zur Nomenklatur der radioaktiven Familien der Vorschlag gemacht, Haupt-, Stamm- und Zweigfamilien zu unterscheiden. Hauptfamilien sind die Uran- und die Thoriumfamilie. Die Hauptfamilie des Urans geht bei Uran II in zwei Zweigfamilien über, in die Radium- und in die Actiniumfamilie. Außer der Bezeichnung Uran-Radiumfamilie soll noch die Bezeichnung Uran-Actiniumfamilie Anwendung finden. Die neue in Vorschlag gebrachte Bezeichnungsweise entspricht dem derzeitigen Stand der Forschung über die Radioelemente weit besser wie die bisher übliche. Als Stammfamilie wird die eigentliche Uranfamilie (von U_I bis U_{II}) bezeichnet. Die vorgeschlagene Nomenklatur sollte in allen Lehrbüchern und Abhandlungen Anwendung finden.

(Eingegangen 16. Februar 1921.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik.

Von M. Born.

(Fortsetzung.)

§ 5. Mathematische Hilfssätze.

Die jetzt folgenden Entwicklungen sind der eigentliche mathematische Formalismus der Thermodynamik. Um das in der Einleitung gepriesene Ideal der Trennung des physikalischen Inhalts von der mathematischen Form zu erreichen, werden wir die Theorie der Pfaffschen Differentialgleichungen an sich zu entwickeln haben. Es handelt sich dabei um Sätze der einfachsten Art, die auch ein Anfänger verstehen kann.

Zunächst betrachten wir eine xy-Ebene und einen Pfaffschen Differentialausdruck der zwei Variabeln x, y:

$$dQ = X dx + Y dy, \tag{9}$$

wo X, Y Funktionen von x, y sind.

Von dieser Form ist die thermodynamische Gleichung (7'). dQ ist im allgemeinen kein vollständiges Differential; wäre es das, wäre also $dQ = d\varphi$, wo φ eine Funktion von x und y ist, so müßte

$$X = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

sein; es müßten also die Koeffizienten des Pfaffschen Ausdrucks die Bedingung

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x} \tag{10}$$

erfüllen.

Die zugehörige Pfaffsche Gleichung $dQ = 0$ hat als Lösungen eine einparametrige Schar von Kurven der xy-Ebene, $y = y(x, c)$ oder $\varphi(x, y) = c$; denn man kann sie als gewöhnliche Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{X}{Y} \tag{11}$$

schreiben, deren rechte Seite eine bekannte Funktion von x und y ist. Die geometrische Bedeutung der Differentialgleichung ist die, daß in jedem Punkte der Ebene eine Richtung (11) vorgegeben ist, und die Differentialgleichung integrieren heißt, solche Kurven ziehen, deren Tangenten in jedem Punkte mit den vorgegebenen Richtungen übereinstimmen.

Für diese Kurvenschar gilt also sowohl $dQ = 0$ als auch $d\varphi = 0$; folglich müssen die linken Seiten proportional sein. Wir setzen

$$d\varphi = \frac{dQ}{\lambda} \tag{12}$$

und nennen λ integrierenden Nenner von dQ, weil durch Division mit λ dQ in das vollständige Differential $d\varphi$ übergeht. λ ist natürlich eine Funktion von x und y.

Ein Pfaffscher Differentialausdruck von 2 Veränderlichen besitzt also immer einen integrierenden Nenner.

Ersetzt man φ durch irgendeine Funktion von φ, etwa $\varphi^*(\varphi)$, so stellt $\varphi^* = c$ ebenfalls die Lösungen der Differentialgleichung dar. Es ist dann

$$d\varphi^* = \frac{d\varphi^*}{d\varphi} d\varphi = \frac{d\varphi^*}{d\varphi} \cdot \frac{dQ}{\lambda} = \frac{dQ}{\lambda^*},$$

d. h. auch

$$\lambda^* = \lambda \frac{d\varphi}{d\varphi^*} \tag{13}$$

ist integrierender Nenner von dQ. Demnach gibt es immer unendlich viele integrierende Nenner, die durch die Relation (13) zusammenhängen.

Wir wenden uns jetzt zu einem Pfaffschen Ausdruck von 3 Veränderlichen:

$$dQ = X dx + Y dy + Z dz, \tag{14}$$

wo X, Y, Z stetige Funktionen von x, y, z sind.

Von dieser Form ist die thermodynamische Gleichung (8').

Die Verhältnisse der Differentiale $dx : dy : dz$ bedeuten eine Richtung im xyz-Raume. Die Pfaffsche Gleichung $dQ = 0$ sagt also aus, daß diese Richtungsverhältnisse einer linearen Gleichung genügen, daß demnach in jedem Raumpunkte die hindurchgehende Richtung auf eine bestimmte Ebene beschränkt ist. Die Differentialgleichung integrieren, heißt solche Kurven ziehen, deren Tangente in jedem Punkte in eine solche Richtung fällt.

dQ ist im allgemeinen kein vollständiges Differential; wäre es das, wäre also $dQ = d\varphi$, wo φ eine Funktion von x, y, z ist, so müßte

$$X = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

sein, also müßten die Koeffizienten des Pfaffschen Ausdrucks die 3 Bedingungen

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial y}, \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial z}, \quad \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x} \tag{15}$$

erfüllen. Dann würde jede Lösungskurve die Gleichung $\varphi(xyz) = c$ befriedigen, d. h. in einer Fläche der hierdurch dargestellten Schar verlaufen.

Die nächste Frage ist, ob man hier immer einen integrierenden Nenner $\lambda(xyz)$ finden kann, so daß

$$d\varphi = \frac{dQ}{\lambda}$$

ein vollständiges Differential ist. Wäre das der Fall, so müßte jede Lösungskurve der Differentialgleichung $dQ = 0$ auch $d\varphi = 0$ befriedigen, also in einer der Flächen der Schar

$$\varphi(xyz) = c$$

verlaufen. Geometrisch bedeutet das, daß die durch die Differentialgleichung $dQ = 0$ dargestellten Ebenen, welche die zugelassenen Fortschreitungsrichtungen enthalten, mit den Tangentialebenen einer einparametrigen Flächenschar zusammenfallen.

Das braucht aber bei beliebig gegebenen Koeffizienten X, Y, Z keineswegs der Fall zu sein. Man kann in stetiger Weise jedem Raumpunkte eine durch ihn gehende Ebene so zuordnen, daß diese Ebenen nicht eine Schar von Flächen umhüllen. Das einfachste Beispiel einer solchen Konfiguration ist der lineare Komplex oder das Nullsystem, das man so beschreiben kann: Man lege durch jeden Raumpunkt P eine Schraubenlinie um die z-Achse, und alle diese Schraubenlinien sollen dieselbe Ganghöhe k haben; die Normalebenen der Tangenten dieser Kurven bilden dann die Ebenen eines linearen Komplexes und haben die Eigenschaft, keine Flächen zu umhüllen. Um das anschaulich zu sehen, betrachte man die Nachbarschaft der z-Achse selbst. Die zu einem Punkte P der z-Achse gehörige Ebene steht auf der z-Achse senkrecht; in allen unendlich benachbarten Punkten dieser Ebene, die von der z-Achse gleich weit entfernt sind, haben die zugehörigen Ebenen zur z-Achse windschiefe Normalen und gehen durch Drehung um die z-Achse ineinander über. Es ist evident, daß eine solche Ebenenkonfiguration keine Fläche tangiert.

Man kann dasselbe aber auch analytisch einsehen; die zu dem linearen Komplex gehörige Pfaffsche Differentialgleichung [1]) lautet, wie leicht zu sehen:

$$dQ = -y\,dx + x\,dy + k\,dz = 0.$$

Gäbe es einen integrierenden Nenner, wäre also $dQ = \lambda d\varphi$, so müßte

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{y}{\lambda},\quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{x}{\lambda},\quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{k}{\lambda}$$

sein. Daraus würde folgen:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{-y}{\lambda}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\lambda}\right),\quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{-y}{\lambda}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\lambda}\right),$$
$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{x}{\lambda}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k}{\lambda}\right),$$

oder

$$2\lambda = x\frac{\partial\lambda}{\partial x} + y\frac{\partial\lambda}{\partial y},\quad \frac{\partial\lambda}{\partial x} = -\frac{y}{k}\frac{\partial\lambda}{\partial z},\quad \frac{\partial\lambda}{\partial y} = \frac{x}{k}\frac{\partial\lambda}{\partial z}.$$

Hieraus schließt man $\lambda = 0$.

Es ist durchaus notwendig, durch solche Beispiele deutlich zu machen, daß die Existenz eines integrierenden Nenners eine Ausnahme, eine Besonderheit ist; sonst kann man den Sinn des zweiten Hauptsatzes gar nicht verstehen, da dieser eben aussagt, daß gerade diese Besonderheit bei den Pfaffschen Differentialgleichungen der Thermodynamik vorliegt. Bis hierher muß also eine sorgfältige Darstellung auch der „klassischen" Form der Theorie mitgehen.

Wir gehen aber noch einen kleinen Schritt weiter, und dieser Schritt erlaubt uns, alle die recht verwickelten Betrachtungen, die man gewöhnlich zur Ableitung des zweiten Hauptsatzes gebraucht, fortzuwerfen und durch die formale Anwendung eines höchst einfachen und anschaulichen mathematischen Satzes zu ersetzen.

Wir haben gesehen, daß alle Pfaffschen Differentialausdrücke in zwei Klassen zerfallen, solche mit integrierendem Nenner und solche ohne. Es wird sich nun darum handeln, ein anderes Merkmal für diese Unterscheidung zu suchen, das weniger abstrakt ist und sich leicht mit denjenigen Erfahrungstatsachen in Verbindung bringen läßt, aus denen in der Thermodynamik der zweite Hauptsatz entspringt. Dieses Merkmal ist die Erreichbarkeit eines Punktes von einem andern durch eine Lösungskurve der Pfaffschen Differentialgleichung (d. h. in der Thermodynamik durch eine Adiabate).

Betrachten wir zuerst wieder den Fall der Ebene, so geht durch jeden Punkt x, y genau eine Kurve der Schar $\varphi(x, y) = c$. Daher läßt sich von diesem Punkte aus keineswegs jeder Nachbarpunkt durch eine Lösungskurve erreichen.

Jetzt gehen wir zum Raume über. Da ist es klar, daß für die Klasse von Pfaffschen Differentialgleichungen, welche einen integrierenden Nenner haben, die Sache ebenso liegt wie in der Ebene; denn dann verlaufen alle

---

1) Analytisch noch einfacher ist das Beispiel:
$dQ = x\,dy + k\,dz = 0.$
Hier müßte bei Existenz eines integrierenden Nenners
$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0,\quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{x}{\lambda},\quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{k}{\lambda}$$
sein; aus der ersten Gleichung folgt, daß φ nur von y und z abhängt, aus der letzten, daß dasselbe für λ gilt, und die zweite zeigt dann einen Widerspruch.

Lösungskurven in den Flächen der Schar $\varphi(x, y, z) = c$, daher kann man von einem Punkte x, y, z keineswegs alle Nachbarpunkte erreichen, sondern nur solche, die in derselben Fläche liegen, auch wenn man geknickte Kurvenzüge zulassen wollte, die aus mehreren differenzierbaren Stücken zusammengesetzt sind. Unerreichbare Punkte aber gibt es in jeder beliebigen Nähe des Ausgangspunktes.

Nun kehren wir den Satz um und fragen: Wenn in jeder beliebigen Nähe eines Punktes unerreichbare Punkte liegen, hat dann der Pfaffsche Differentialausdruck einen integrierenden Nenner?

Es ist anschaulich klar, daß das der Fall sein wird. Denn aus Stetigkeitsgründen werden die nicht erreichbaren Punkte einen ganzen Raumteil erfüllen, dessen Grenze aus erreichbaren Punkten bestehen wird; diese Grenze ist aber eine Fläche. Da ferner offenbar jedem nicht erreichbaren, infinitesimal benachbarten Punkte ein zweiter in entgegengesetzter Richtung entspricht, so enthält die Grenzfläche alle erreichbaren Punkte, d. h. es gibt einen integrierenden Nenner.

Um diesen Gedankengang zu einem strengen Beweise zu gestalten, bemerken wir zunächst, daß alle Lösungen der Pfaffschen Gleichung

$$dQ = X dx + Y dy + Z dz = 0,$$

die in einer gegebenen Fläche F

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v)$$

verlaufen, einer Pfaffschen Gleichung der Form

$$dQ = U du + V dv = 0$$

genügen, wo

$$U = X\frac{\partial x}{\partial u} + Y\frac{\partial y}{\partial u} + Z\frac{\partial z}{\partial u},$$

$$V = X\frac{\partial x}{\partial v} + Y\frac{\partial y}{\partial v} + Z\frac{\partial z}{\partial v}$$

gesetzt ist. Daher geht durch jeden Punkt der Fläche F genau eine Lösungskurve.

Wir setzen nun voraus, in beliebiger Nähe eines Punktes P gebe es nicht erreichbare Punkte; ein solcher sei Q. Sodann läßt sich leicht einsehen, daß es auf jeder durch P gehenden Geraden g, deren Richtung nicht gerade selbst in P der Pfaffschen Gleichung genügt, in beliebiger Nähe von P nicht erreichbare Punkte gibt. Wir legen (Fig. 1) durch Q und g die Ebene E; dann gibt es in dieser gerade eine, durch Q gehende Lösungskurve der Pfaffschen Gleichung, und diese wird, wenn Q hinreichend nahe an P liegt, die Gerade g in einem Punkte R treffen. Dann muß R von P aus unerreichbar sein;

Fig. 1.

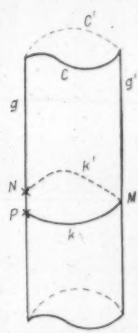


Fig. 2.

denn gäbe es eine Lösung, die von P nach R führt, so könnte man auch nach Q auf einer stetigen (geknickten) Lösungskurve gelangen, was der Voraussetzung widerspricht. Der Punkt Q kann aber immer so nahe an P gewählt werden, daß R beliebig nahe an P fällt.

Jetzt denken wir uns die Gerade g mit einer hinreichend benachbarten, parallelen Geraden g' durch eine beliebige Zylinderfläche C verbunden (Fig. 2); dann gibt es auf dieser genau eine durch P gehende Lösungskurve k, die g' in M treffen möge. Nun verbinden wir die beiden Geraden g und g' durch eine zweite Zylinderfläche C'; dann gibt es auf dieser genau eine durch M gehende Lösungskurve k', die g in N treffen möge.

Wir behaupten nun, daß N mit P zusammenfallen muß. Denn man kann die Fläche C' stetig in C überführen; dabei muß die Kurve k' stetig in k übergehen und N stetig nach P rücken. Man kann sodann durch weitere Deformation N über P hinaus wandern lassen. N ist aber ein erreichbarer Punkt, auf dem stetigen (geknickten) Kurvenzuge k, k'. Es gäbe also auf der Geraden g ein endliches Intervall um P, das nur aus erreichbaren Punkten besteht, und das widerspricht der vorher bewiesenen Tatsache, daß in beliebiger Nähe von P auf g unerreichbare Punkte liegen.

Wenn nun N mit P zusammenfällt, so beschreibt die Kurve k bei einer Deformation des Zylinders C eine Fläche F, die alle von P ausgehenden Lösungen enthält (Fig. 3).

Damit ist folgender Satz bewiesen, der, wie wir sehen werden, den mathematischen Extrakt des zweiten Hauptsatzes enthält:

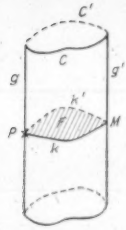


Fig. 3.

Satz: Wenn ein Pfaffscher Differentialausdruck

$$dQ = Xdx + Ydy + Zdz$$

die Eigenschaft hat, daß es in jeder beliebigen Nähe eines Punktes $P(xyz)$ Punkte gibt, die durch Lösungen der Gleichung $dQ = 0$ nicht erreichbar sind, so hat er einen integrierenden Nenner.

Wir fügen noch hinzu, daß es dann auch unendlich viele integrierende Nenner gibt, die aus einem von ihnen nach der Formel (13) gebildet werden können.

Alle diese Überlegungen lassen sich ohne weiteres auf Pfaffsche Differentialausdrücke von mehr als 3 Veränderlichen übertragen.

§ 6. Der zweite Hauptsatz.

Bis hierher unterscheidet sich unsere Darstellung der Thermodynamik nicht wesentlich von der traditionellen, nur daß wir etwas schärfere Begriffsbildungen anstrebten. Der eigentliche Unterschied tritt erst jetzt bei der Aufstellung des zweiten Hauptsatzes hervor. Natürlich ist der Ausgangspunkt genau derselbe, nämlich die Erfahrungstatsache, daß gewisse Prozesse unmöglich sind; aber schon in der Formulierung dieser Tatsache und noch mehr in der Ableitung des zweiten Hauptsatzes aus ihr gehen die beiden Darstellungen auseinander. Um den Vergleich zu erleichtern, schicken wir eine Skizze der gewöhnlichen Theorie voraus, die wir so knapp und so streng wie möglich formulieren.

I. Die traditionelle Darstellung.

Die empirische Grundlage wird gewöhnlich als eines der Prinzipien von Clausius und von Thomson ausgesprochen, welche lauten:

Prinzip von Clausius: Es gibt keine Vorrichtung, welche gestattet, Wärme aus einer kälteren Wärmequelle in eine heißere überzuführen, derart, daß dabei weder mechanische Arbeit geleistet würde noch mit den beteiligten Körpern sonstige Veränderungen eintreten.

Prinzip von Thomson: Es gibt keine Vorrichtung, welche gestattet, einer Wärmequelle Wärme zu entziehen und in Arbeit zu verwandeln, ohne daß mit den beteiligten Körpern noch andere Veränderungen vor sich gehen (Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art).

Beide Prinzipien sind einander völlig äquivalent. Man betrachtet nun einen Carnotschen Kreisprozeß; gewöhnlich beschränkt man sich dabei auf einfache Gase, bei denen alle Prozesse als Kurven in der pV-Ebene gedeutet werden können, aber zur allgemeinen Ableitung des zweiten Hauptsatzes genügt das natürlich nicht. Wohl aber kann man sich auf Systeme mit 3 unabhängigen Veränderlichen beschränken, weil eine weitere Vermehrung der Variabeln keine neuen Überlegungen erfordert. Dann ist der Zustandsraum dreidimensional; Zustände derselben Temperatur liegen auf Flächen $\vartheta = \text{konst.}$

Aus einer beliebigen anderen Fläche F schneiden diese Isothermenflächen eine einparametrige Isothermenschar heraus; zugleich wird diese zweidimensionale Fläche F von einer einparametrigen Schar von Adiabaten, d. h. Lösungen der Pfaffschen Differentialgleichung $dQ = 0$, bedeckt. Das von zwei Isothermen ϑ_1 und ϑ_2 und von zwei Adiabaten gebildete, krummlinige Viereck in der Fläche F stellt einen Carnotschen Kreisprozeß dar; man kann diesen näherungsweise verwirklichen, indem man das System zuerst mit einer sehr großen Wärmequelle W_1 von der praktisch konstanten Temperatur ϑ_1 in Berührung bringt, es dann adiabatisch beeinflußt, bis seine Temperatur ϑ_2 ist, sodann es mit einer zweiten Wärmequelle W_2 von der Temperatur ϑ_2 in Berührung bringt und es schließlich adiabatisch zum Ausgangszustand zurückkehren läßt. Ist A die vom System bei dem ganzen Kreisprozeß geleistete Arbeit, Q_1 die von W_1 aufgenommene, Q_2 die von W_2 abgegebene Wärme, so ist nach dem ersten Hauptsatze

$$A = Q_2 - Q_1.$$

Ist $\vartheta_1 < \vartheta_2$, so bezeichnet man den Quotienten

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_1} - 1 \qquad (16)$$

als „Wirkungsgrad" der durch das System mit den Wärmequellen gebildeten „Maschine".

Sodann folgt aus einem der Prinzipe von Clausius oder von Thomson, daß der

Wirkungsgrad bei gegebenen ϑ_1, ϑ_2 nicht nur von der Art des Carnotschen Kreisprozesses bei ein und demselben System unabhängig ist, sondern auch für verschiedene Systeme, die zwischen denselben Wärmequellen arbeiten, denselben Wert hat. Dazu betrachtet man einen zusammengesetzten Vorgang, bei dem eine Maschine einen Carnotschen Prozeß im einen Sinne, eine andere im andern Sinne durchläuft und richtet es so ein, daß entweder die Arbeiten gleich sind, $A = A'$, oder die dem kühleren Wärmebehälter W_1 zugeführten Wärmemengen, $Q_1 = Q_1'$. Wäre nun

$$\frac{A}{Q_1} > \frac{A'}{Q_1'},$$

so folgte aus $A = A'$ sogleich $Q_1 - Q_1' < 0$ und $Q_2 - Q_2' < 0$, d. h. dem kälteren Behälter würde Wärme entzogen und dem wärmeren zugeführt; und aus $Q_1 = Q_1'$ folgte $A - A' > 0$ und $Q_2 - Q_2' > 0$, d. h. das System würde Arbeit leisten allein auf Kosten des Wärmeinhalts von W_2. Wäre aber

$$\frac{A}{Q_1} < \frac{A}{Q_1'},$$

so würde die Betrachtung des umgekehrten Prozesses dieselben Widersprüche gegen die Prinzipien von Clausius oder von Thomson liefern.

Folglich muß

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = G(\vartheta_1, \vartheta_2) \qquad (17)$$

eine universelle Funktion der beiden Temperaturen ϑ_1, ϑ_2 der Wärmequellen sein, unabhängig von der Art des Systems, der gewählten Fläche F und der beiden Adiabaten.

Setzt man nun $\vartheta_1 = \vartheta$, $\vartheta_2 = \vartheta + \Delta\vartheta$ und läßt man $\Delta\vartheta$ gegen Null konvergieren, so erhält man, weil offenbar $G(\vartheta, \vartheta) = 0$ ist:

$$\frac{dQ}{Q} = g(\vartheta)\, d\vartheta,$$

wo zur Abkürzung

$$g(\vartheta) = \left(\frac{\partial G(\vartheta_1, \vartheta_2)}{\partial \vartheta_2}\right)_{\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta}$$

gesetzt ist; auch $g(\vartheta)$ ist eine universelle Funktion von ϑ. Daraus folgt für die auf einer Isotherme dem System zugeführte Wärme

$$Q = \Psi e^{\int g(\vartheta)\, d\vartheta}, \qquad (18)$$

wo Ψ von den Bestimmungsstücken der beiden Adiabaten abhängt und für jedes System verschieden sein kann.

Nun betrachtet man insbesondere eine einfache Flüssigkeit, deren Zustand durch zwei Variable bestimmt wird; dann hat der Pfaffsche Differentialausdruck der Wärme einen integrierenden Nenner, $dQ = \lambda d\varphi$, und man kann neben ϑ die Größe φ als unabhängige Veränderliche wählen. Jetzt kann Ψ nur von den Parametern φ_1, φ_2 der beiden Adiabaten des Carnotschen Prozesses abhängen; setzt man nun $\varphi_1 = \varphi$, $\varphi_2 = \varphi + \Delta\varphi$ und läßt $\Delta\varphi$ gegen Null konvergieren, so erhält man mit Rücksicht darauf, daß offenbar $\Psi(\varphi, \varphi) = 0$ ist:

$$dQ = \Phi(\varphi)\, d\varphi\, e^{\int g(\vartheta)\, d\vartheta},$$

wo zur Abkürzung

$$\Phi(\varphi) = \left(\frac{\partial \Psi(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_2}\right)_{\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi}$$

gesetzt ist.

Man führt nun die absolute Temperatur

$$T = C\, e^{\int g(\vartheta)\, d\vartheta} \qquad (61)$$

ein, wo die Konstante C dadurch festgelegt ist, daß man für irgend zwei Fixpunkte den absoluten Temperaturunterschied vorschreibt, etwa gleich 100° setzt.

Ferner definiert man die Entropie

$$S = \frac{1}{C} \int \Phi(\varphi)\, d\varphi \qquad (20)$$

und erhält dann die übliche Formulierung des zweiten Hauptsatzes:

$$dQ = T dS. \qquad (21)$$

Aber diese Formel gilt zunächst nur für einfache Flüssigkeiten mit 2 Veränderlichen; ihre Ausdehnung auf beliebige Systeme erfordert noch besondere Überlegungen. Es genügt wieder die Betrachtung des Falles von 3 Veränderlichen, wo bereits die Existenz eines integrierenden Nenners nicht trivial ist. Zunächst kann man den Wirkungsgrad eines beliebigen Systems durch die absolute Temperatur ausdrücken; denn es gilt nach (18) und (19)

$$Q = \Psi \frac{1}{C} T,$$

und da Ψ für die beiden Isothermen des Carnotschen Kreisprozesses denselben Wert hat, so folgt

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1},$$

oder

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Hierfür kann man schreiben, daß das Linienintegral über einen Carnotschen Kreisprozeß

$$\int_C \frac{dQ}{T} = 0$$

ist.

Dasselbe gilt aber für jede stetige, geschlossene Kurve K; denn legt man durch diese eine Fläche F, so kann man in F ein Netz von Isothermen und Adiabaten konstruieren, und es ist offenbar

$$\int_K \frac{dQ}{T} = \lim \sum \int_C \frac{dQ}{T},$$

wo die Summenglieder den einzelnen Carnotschen Prozessen des Netzes innerhalb der Kurve K entsprechen und der Grenzprozeß den Übergang zu unendlich engen Netzmaschen bedeutet. Folglich ist für jede geschlossene Kurve

$$\int_K \frac{dQ}{T} = 0,$$

d. h. das von einem Punkte aus nach einem zweiten auf irgendeinem Wege erstreckte Integral

$$S = \int \frac{dQ}{T}$$

ist vom Wege unabhängig, also eine Zustandsfunktion.

In derselben Weise läßt sich allgemein beweisen, daß die absolute Temperatur für jedes thermodynamische System integrierender Nenner des Differentials der Wärme ist.

(Schluß folgt.)

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1921.

Universität Basel. **Hagenbach**: Experimentalphysik I; Physikalisches Praktikum für Vorgerücktere, für Anfänger (mit Veillon und Zickendraht); Physikalisches Kolloquium. — **Bernoulli**: Allgemeine physikalische Chemie; Photochemisches Praktikum; Physikalisch-chemisches Praktikum; Chemisches Kolloquium (mit Rupe, Fichter und Ruggli). — **Matthies**: Theorie der elektromagnetischen Felder, mit Übungen; Vektor- und Tensor-Analysis; Mathematisch-physikalisches Seminar: Praktische und repetitorische Übungen aus der analytischen Mechanik der Theorie deformierbarer Medien und der Wärmelehre. — **Veillon**: Elementare Übungen in mathematischer Physik; Handfertigkeitspraktikum (mit Zickendraht). — **Zickendraht**: Farbenlehre in allgemeinverständlicher Darstellung; Repetitorium der Physik. — **Zehnder**: Geschichte der Physik; Mechanik, Akustik, Wärme; Übersicht über die Maschinentechnik; Exkursionen in technische Großbetriebe. —

Universität Berlin. **Rubens**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, Mathematische Ergänzung; Kolloquium, für Fortgeschrittene (mit v. Laue); Physikalische Forschungsarbeiten für Geübtere (mit Wehnelt, Westphal und Pringsheim. — **Planck**: System der theoretischen Physik; Mathematisch-physikalische Übungen. — **Wehnelt**: Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittenere (mit Pringsheim); Praktische Übungen für Anfänger (mit Blasius), II: Elektrizität und Magnetismus, für Pharmazeuten; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten; Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Physik. — **Hellmann**: Meteorologische Instrumente und Beobachtungen; Meteorologisches Kolloquium für Vorgerücktere. — **v. Laue**: Mechanik der deformierbaren Körper; Physikalisches Proseminar (mit Einstein und Westphal); Mathematisch-physikalische Übungen. — **Hergesell**: Die Strahlungsverhältnisse der Atmosphäre. — **Schmidt**: Graphische Methoden mit geophysikalischen Anwendungen; Luftelektrizität. — **Schweydar**: Schwerkraft und Erdgestalt. — **Warburg**: Kathodenstrahlen und andere elektrische Konvektionsstrahlen. — **Blasius**: Praktische Übungen für Anfänger (mit Wehnelt) I: Mechanik, Schall, Wärme und Licht, Übungen. — **Guthnick**: Photographie der Gestirne; Astronomisches Kolloquium (mit Kohlschütter). — **E. Meyer**: Technische Mechanik, Übungen. — **Neesen**: Geometrische Optik. — **Riesenfeld**: Elektrochemie und technische Anwendungen. — **Byk**: Absolutes Maßsystem und Dimensionen. — **Fock**: Physikalische Chemie; Kristallchemie. — **Gehrcke**: Elemente der höheren Mathematik. — **Grüneisen**: Elektrische Erscheinungen in Metallen. — **Hahn**: Radioaktive Untersuchungen. — **Henning**: Einführung in die Mechanik. — **Kiebitz**: Elektrische Schwingungen. — **Krigar-Menzel**: Theorie des Lichts. — **Marcuse**: Luftschiffahrt, mit Lichtbildern; Allgemeine Himmelskunde, mit Lichtbildern und Fernrohrbeobachtungen. — **Pringsheim**: Elektrische Entladungsvorgänge in Gasen. — **Reiche**: Moderne Atomtheorien. — **Witt**: Optik des Fernrohrs; Übungen am Fernrohr. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie; Wissenschaftliche Grundlagen der Mikroskopie. —

Technische Hochschule Berlin. **Cranz**: Ausgewählte Kapitel aus der angewandten Physik. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente; Physikalische Übungen; Ausgewählte physikalische Aufgaben. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik; Elektromagnetismus und Induktion mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotechnik; Grundzüge der Elektrochemie. — **Korn**: Ausgewählte Kapitel der Potentialtheorie. — **Krigar-Menzel**: Theorie des Lichtes; Theorie der Wärmeleitung und der Strahlung. — **Kurlbaum**: Experimentalphysik; Physikalische Übungen; Ausgewählte physikalische Aufgaben. — **Berndt**: Technische Längenmessungen und Meßgeräte. — **Feigentraeger**: Maß- und Gewichtswesen II; Die Meßinstrumente des Chemikers. — **Gehlhoff**: Elektronentheorie der Metalle. — **Kassner**: Der Wind nach Entstehung, Messung und Ausnutzung für technische Zwecke. — **Kock**: Methoden zur Aufnahme von schnell verlaufenden elektrischen und magnetischen Erscheinungen; Oszillographen usw.; Meßmethoden der drahtlosen Telegraphie. — **Lichtenstein**: Funktionentheorie II: Ausführung der Theorie, Anwendungen. — **Luyken**: Der Erdmagnetismus und seine Anwendung. — **Möller**: Physikalische Probleme aus Fernsprechtechnik und Meßinstrumentenbau. — **Petzoldt**: Positivistische Weltanschauung. — **Pirani**: Einführung in die theoretische Behandlung chemischer und physikalischer Probleme mit besonderer Berücksichtigung graphischer Verfahren. — **Weidert**: Die optischen Bildfehler und ihre Behebung. — **Miethe**: Spektralanalyse; Photochemie und photochemische Prozesse; Konstruktionstypen photographisch-optischer Instrumente; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium; Photographische Übungen in den gebräuchlichen Prozessen. —

Universität Bern. **Forster**: Experimentalphysik I: Allgemeine Physik, Akustik, Optik; Wärmelehre (Schluß); Repetitorium der Physik; Physikalisches Praktikum; Arbeiten im physikalischen Institut, für Vorgerückte; Physikalisches Praktikum für Mediziner. — **Gruner**: Einführung in die Relativitätstheorie; Analytische Mechanik mit Übungen; Seminar für theoretische Physik. — **Lüterbacher**: Dynamik I; Meteorologie. — **Blattner**: Elektrische Bahnen (Fortsetzung). — **Köstler**: Wissenschaftliche Grundlagen der Elektrotechnik; Einführung in die Hochspannungs-Elektrotechnik; Anwendung der höheren

Mathematik auf die Naturwissenschaften II; Zweifach statisch unbestimmte Systeme. —

Universität Bonn. **Konen**: Experimentalphysik II; Laboratorium für Anfänger; Praktikum für Fortgeschrittene; Physikalisches Kolloquium (mit Pflüger, Eversheim, Grebe). — **Pflüger**: Theorie des Lichtes; Übungen. — **Bucherer**: Die neueste Entwicklung der Physik. — **Eversheim**: Elektrische Meßinstrumente; Grundzüge der Elektrotechnik. — **Grebe**: Röntgenphysik für Mediziner und Physiker. —

Universität Breslau. **Lummer**: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Optik; Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler (mit Waetzmann, Ladenburg und Buchwald), für Mediziner (mit Waetzmann und Ladenburg), für Pharmazeuten (mit Waetzmann und Buchwald), für Geübtere (mit Waetzmann, Ladenburg und Buchwald); Physikalisches Kolloquium (mit Waetzmann und Ladenburg). — **Schrödinger**: Allgemeine Thermodynamik; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar; Dynamik der Atomstruktur. — **Waetzmann**: Die physikalischen Grundlagen der Leuchttechnik. — **Ladenburg**: Theorie der optischen Abbildung der optischen Instrumente. — **Buchwald**: Maß und Messen in der Physik. —

Technische Hochschule Breslau. **Lummer**: Experimentalphysik II; Physikalisches Praktikum. —

Technische Hochschule Danzig. **N. N.**: Experimentalphysik II; Kleines physikalisches Praktikum; Großes physikalisches Praktikum; Schwankungserscheinungen in der Physik. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum; Optik; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, mit Übungen; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten. — **v. Brunn**: Potentialtheorie; Elemente der Meteorologie. — **Försterling**: Elektromagnetische Schwingungen, mit Experimenten. — **Reinkober**: Röntgenstrahlen; Physikalische Meßtechnik und Meßmethoden; Handfertigkeitspraktikum. —

Technische Hochschule Dresden. **Hallwachs**: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität; Physikalisches Praktikum I, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene; Praktikum für größere physikalische Arbeiten. — **Dember**: Beziehungen zwischen Elektrizität, Magnetismus und Licht vom Standpunkte der Elektronentheorie. — **Luther**: Photochemie; Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene; Selbständige Arbeiten; Kolloquium über Sensitometrie (mit Goldberg). — **Erich Müller**: Physikalische Chemie I; Praktikum für Elektrochemie; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrochemie und Physikalischen Chemie. — **Toepler**: Theoretische Physik I: Mechanik, elastische Schwingungen, Übungen; Optik, Interferenz und Beugung. —

Universität Erlangen. **Wiedemann**: Experimentalphysik; Wärme, Akustik, Optik; Physikalisches Anfängerpraktikum, Halbpraktikum und Vollpraktikum. — **Reiger**: Allgemeine Mechanik; Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Physik; Elektrotechnisches Praktikum (mit Frank). — **Würschmidt**: Einführung in die Wetterkunde; Physik der Legierungen; Vektorenrechnung. — **Hauser**: Photographie mit Übungen; Anwendung der Elektrizität. — **Frank**: Physikalische Chemie: Thermo- und Elektrochemie. —

Universität Frankfurt a. M. **Wachsmuth**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme; Radioaktivität; Physikalisches Kolloquium; Physikalisches Praktikum für Anfänger und Fortgeschrittene; Selbständige wissenschaftliche Arbeiten. — **Madelung**: Prinzipien der Physik; Theorie des Lichts; Seminar über neuere Probleme der Physik (mit Stern und Landé). — **Stern**: Theorie der Wärme; Wärmeleitung und Thermodynamik. — **Landé**: Relativitätstheorie in elementarer Darstellung; Quantentheorie. — **Gerlach**: Höhere Experimentalphysik I: Elektromagnetische Strahlung; Neuere Anschauungen über Atom- und Molekülbau. — **Seddig**: Über optische Projektionen und Demonstrationstechnik, mit Übungen; Projektionsübungen und Übungen im Anstellen von Vorlesungsversuchen; Photographisches Praktikum; Wissenschaftlich-photographische Leitung selbständiger Arbeiten. — **Déguisne**: Wechselstrom; Wechselstrom-Messungen; Einführung in die drahtlose Telegraphie; Kolloquium über die neuere Literatur der angewandten Physik (mit Dessauer); Kleines elektrotechnisches Praktikum; Großes elektrotechnisches Praktikum; Wissenschaftliche Arbeiten. — **Dessauer**: Bau und Betrieb von Röntgenapparaten; Einführung in die physikalischen Grundlagen der Medizin II; Medizinische Elektrizitätslehre; Seminar für medizinische Physik; Lektüre und Besprechung neuerer Arbeiten (mit Bachem); Wissenschaftliche Arbeiten für Physiker und Mediziner. — **Gramberg**: Maschinenkunde II: Technische Einrichtung in chemischen Fabriken. — **Bachem**: Licht- und Wärmestrahlen in ihrer Beziehung zur Medizin. — **Linke**: Ausgewählte Kapitel aus der theoretischen Meteorologie; Meereswellen, Ebbe und Flut; Meteorologisch-geophysikalische Übungen (mit Georgii). — **Georgii**: Spezielle Klimatologie, Europa und Mittelmeerländer. —

Universität Freiburg i. Br. **Himstedt**: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, Elektrooptik; Übungen aus der theoretischen Physik; Physikalisches Kolloquium; Anleitung zu selbständigen Arbeiten; Physikalisches Praktikum. — **Cohn**: Partielle Differentialgleichungen der theoretischen Physik; Übungen aus der theoretischen Physik. — **Koenigsberger**: Mathematische Physik; Elemente der Mechanik und Hydrodynamik, mit Übungen; Repetitorium der mathematischen Physik, mit Übungen; Anleitung zu selbständigen Arbeiten; Elemente der Geophysik, mit Übungen; Neuere Fortschritte der Geophysik; Kanal- und Alphastrahlen und die Struktur der Materie, mit Demonstrationen. — **Friedrich**: Moderne Atomistik; Physik der Elektro- und Strahlen-Therapie mit Übungen; Anleitung zu selbständigen Arbeiten. — **Meyer**: Physikalische Chemie; Photographie mit Demonstrationen und Übungen; Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie auf physikalische und chemische Probleme; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum; Selbständige physikalisch-chemische Arbeiten. —

Universität Freiburg (Schweiz). **Joye**: Allgemeine Physik II: Wärme; Mathematische Physik, Thermodynamik; Praktisch physikalische Übungen für Anfänger; Physikalisches Laboratorium für Fortgeschrittene; Untersuchungsarbeiten im Laboratorium. — **Gockel**: Experimentalphysik II; Physik der Atmosphäre II: Sonnenstrahlung und Luftelektrizität; Physikalisches Praktikum; Übungen aus dem Gebiete der Radioaktivität, Elektrizität und Elektronik; Arbeiten im Laboratorium für Geübtere. —

Universität Gießen. **König**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme; Physikalisches Praktikum (mit Uller und Cermak); Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten; Übungen in Demonstrationsversuchen und Behandlung einfacher theoretischer Hausaufgaben (mit Cermak); Physikalisches Kolloquium (mit Fromme). — **Cermak**: Handfertigkeitspraktikum; Kinetische Gastheorie. — **Uller**: Elementare technische Mechanik II. — **Jentzsch**: Die moderne Leuchttechnik, ihre Grundlagen, Ziele und Grenzen. — **Fromme**: Thermodynamik; Theoretisch-physikalische Übungen. — **Peppler**: Grundzüge der Meteorologie; Aerologie und die Methoden der Erforschung der freien Atmosphäre. — **Schaum**: Einführung in die allgemeine und physikalische Chemie; Besprechung wichtiger physikalisch-chemischer Fragen; Chemisch-mikroskopische Übungen; Ultramikroskopie, Polarisationsmikroskopie usw.; Physikalisch-chemische Übungen; Physikalisch-chemisches Praktikum. — **Stintzing**: Physikalisch-chemische Methoden. —

Universität Graz. **Benndorf**: Experimentalphysik IV: Optik; Physikalische Übungen für Anfänger; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vor-

geschrittene, Besprechung physikalischer Fragen (mit Radaković). — **Hess**: Experimentalphysik II. — **Streintz**: Die Wärmesätze in ihrer Anwendung auf Probleme der Chemie. — **Rosenberg**: Übungen in der Anstellung physikalischer Schulversuche. — **Wassmuth**: Anwendungen der statistischen Mechanik. — **Radaković**: Theorie der Strahlung; Seminar für theoretische Physik. — **Brell**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. — **Hillebrand**: Praktische Astronomie; Interpolationsrechnung und numerische Integration. — **Ficker**: Allgemeine Klimatologie; Luftelektrizität; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten. —

Universität Greifswald. **Krüger**: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärmelehre; Praktikum für Naturwissenschaftler; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen; Physikalisches Kolloquium (mit Bestelmeyer und Seeliger). — **Seeliger**: Theoretische Optik; Differentialgleichung der Physik; Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen. —

Universität Halle. **Mie**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Mathematische Ergänzungen; Physikalische Übungen für Naturwissenschaftler; Kleines physikalisches Praktikum; Besprechungen neuerer physikalischer Arbeiten; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten. — **Schmidt**: Theoretische Optik; Übungspraktikum für angewandte Physik; Physikalisches Kolloquium; Anleitung zu selbständigen Arbeiten. — **Herweg**: Ausgewählte neuere Kapitel aus der Wärmelehre und Optik, mit Experimenten; Praktische Übungen aus den modernen Forschungsgebieten. — **Wigand**: Luftelektrizität; Aerophysikalisches Praktikum: Meteorologie, Aerologie, atmosphärische Elektrizität und Strahlung. —

Universität Hamburg. **Koch**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik; Physikalisches Praktikum (mit Goos und Müller); Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen (mit Möller, Tams, Goos, Jensen, Classen und Voege). — **N. N.**: Wärmestrahlung. — **Möller**: Quantentheorie und ihre Beziehungen zur Strahlungstheorie und zum Atombau als Einleitung in die moderne theoretische Physik. — **Goos**: Die Photographie als Forschungsmittel. — **Voege**: Ausgewählte Kapitel aus der angewandten Elektrizitätslehre. — **Schorr**: Bahnbestimmung der Himmelskörper II, mit Übungen; Astronomisches Praktikum: Zeit- und Ortsbestimmung (mit Dolberg), Übungen in astronomischen Beobachtungen für Fortgeschrittene (mit Dolberg). — **Schwassmann**: Photometrie der Gestirne. — **Dolberg**: Einführung in die Geodäsie; Geodätische Übungen. — **Wegener**: Aerologie. — **Jensen**: Die Lichterscheinungen der Atmosphäre in ihrer Beziehung zu Vulkanausbrüchen und zur Sonnentätigkeit. — **Tams**: Geophysikalische Fragen der Gebirgsbildung und des Vulkanismus. —

Universität Heidelberg. **Lenard**: Experimentalphysik: Optik, Elektrizität und Magnetismus; Physikalisches Praktikum (mit Becker und Ramsauer); Physikalisches Seminar; Wissenschaftliche Arbeiten Fortgeschrittener im physikalischen und radiologischen Institut (mit Becker und Ramsauer). — **Becker**: Wärmetheorie; Kinetische Gastheorie; Besprechung theoretisch-physikalischer Fragen. — **Ramsauer**: Radiologie; Die Korpuskularstrahlungen mit Demonstrationen. — **Rasch**: Aus dem Anwendungsgebiet der Elektrizitätslehre II. —

Universität Innsbruck. **Schweidler**: Experimentalphysik II: Einführung in die messende Physik II; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten; Wissenschaftliche Arbeiten für Vorgeschrittene. — **Lerch**: Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der Elektrizität; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der Wärmelehre. — **Hammerl**: Elektrotechnik II: Über Transformatoren, ein- und mehrphasige Wechselstrommaschinen und Motoren. — **Scheller**: Astrophotometrie; Praktische Übungen auf der Sternwarte. — **Tumlirz**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar. — **Defant**: Synoptische Meteorologie: Wetter und Wettervorhersage; Erdmagnetismus. —

Universität Jena. **Wien**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme; Physikalisches Praktikum für Mathematiker, Physiker, Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Landwirte (mit Busch), für Fortgeschrittene (mit Schumann und Busch); Leitung physikalischer Spezialaufgaben (mit Auerbach, Straubel und Busch); Physikalisches Kolloquium. — **Busch**: Experimentalphysik III, für Fortgeschrittene: Mechanik, Akustik, Wärme. — **Auerbach**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus; Entwicklungsgeschichte der Physik, zugleich als Übersicht der Tatsachen, Gesetze und Theorien. — **N. N.**: Elektronentheorie II. — **Ambronn**: Einführung in die Theorie des Mikroskops mit Übungen; Benutzung des Polarisationsmikroskops bei histologischen Untersuchungen (mit Siedentopf). — **Siedentopf**: Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie mit Übungen. — **Hecker**: Praktische geophysikalische Arbeiten für Fortgeschrittene. — **Schumann**: Einführung in die Gleich- und Wechselstromtechnik II; Theorie der Wechselströme; Kleines technisch-physikalisches Praktikum; Großes technisch-physikalisches Praktikum. —

Universität Kiel. **Dieterici**: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität, Magnetismus; Physikalisches Praktikum für Anfänger und Doktoranden. — **N. N.**: Theoretische Physik. — **Martienssen**: Mechanische und elektrische Schwingungen und ihre technischen Anwendungen. — **Schmidt**: Wärmestrahlung, mit Experimenten. — **Harzer**: Mechanik des Himmels; Mathematische Instrumente. — **Kobold**: Einleitung in die höhere Geodäsie; Geodätische Übungen. — **Wirtz**: Spektralanalyse und Strahlung der Gestirne; Kometen und Meteore. —

Tagesereignisse.

Preisaufgaben der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft in Leipzig. Einlieferung bis 31. Oktober 1922, Preis 2000 M. „Eine theoretische Ableitung des Rayleighschen Himmelsblau, wobei auch die Auslöschung der Strahlen die gegenseitige Widerspiegelung des Himmels und der Erde zu berücksichtigen sind. Darüber hinaus ist auch die Berechnung der Himmelshelligkeit in der Nähe der Sonne unter dem Einfluß der Beugung durch gröbere Teilchen erwünscht, ferner die Bestimmung des Einflusses dieser Helligkeit auf den übrigen Himmel, und soweit das möglich ist, ein Vergleich der in dieser Weise vereinfachten Theorie der Himmelshelligkeit mit der Erfahrung". Bezüglich alles Näheren vergleiche den Jahresbericht der Gesellschaft.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Leiter der chemischen Abteilung am Georg Speyer-Haus in Frankfurt a. M. Dr. Arthur Binz zum ord. Professor der Chemie an der landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für anorganische und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Aachen Geh. Regierungsrat Dr. Alexander Classen, der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Hannover Geh. Regierungsrat Dr. Ludwig Kiepert, der Direktor des Astrophysikalischen Observatoriums in Potsdam Geh. Regierungsrat Professor Dr. Gustav Müller.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 2400000.

30871. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Optische Anstalt

C. P. Goerz A.-G.

Abt. Scheinwerferbau

Leutzsch bei Leipzig

Projektionsapparate

•

Ablesefernrohre
mit
Autokollimation

Goerz-Bogenlampen

mit **erhöhter** Helligkeit für Projektion, Kinematographie, Mikroskopie, Reproduktions- und Aufnahme-Ateliers, Therapie usw.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. — Zusammenfassende Bearbeitungen; B. — Besprechungen.)

Seite

Alexandrow, W., Eine Bemerkung zur Langevinschen Formel für die Suszeptibilität paramagnetischer Körper 258
Atome: Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der —, v. L. Vegard 271
Bezugssysteme: Rotierende — in einer Minkowskischen Welt, v. F. Kottler 274
Born, M., Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik. (Z. B.) Schluß. 282
Des Coudres, Th., Weiß hoher Ordnung. Berichtigung 281
Elektroden: Über Potentialgefälle an — in Gasentladungsröhren, v. H. Schüler 264
Gasentladungsröhren: Über Potentialgefälle an Elektroden in —, v. H. Schüler 264
Gripenberg, W. S., Einwirkung der Temperatur auf die Gestalt der Oberflächenschichten beim kristallinischen Selen 281
Erich Hübner†, v. O. Meißner 257
Kolorimetrische Untersuchungen. VII., v. O. Meißner 268

Seite

Kottler, F., Rotierende Bezugssysteme in einer Minkowskischen Welt 274
Langevinsche Formel: Eine Bemerkung zur — für die Suszeptibilität paramagnetischer Körper, v. W. Alexandrow 258
Meißner, O., Erich Hübner† 257
Meißner, O., Kolorimetrische Untersuchungen. VII. 268
Minkowskische Welt: Rotierende Bezugssysteme in einer —, v. F. Kottler 274
Oberflächenschichten: Einwirkung der Temperatur auf die Gestalt der — beim kristallinischen Selen, v. W. S. Gripenberg 281
Odén, S., Die Huminsäuren. (B.) 286
Paramagnetische Körper: Eine Bemerkung zur Langevinschen Formel für die Suszeptibilität —, v. W. Alexandrow 258
Platinzelle: Die Polarität einer —, v. F. Streintz . 260
Potentialgefälle: Über — an Elektroden in Gasentladungsröhren, v. H. Schüler 264
Relativitätsprinzip: Ein kurzer Weg zum beschränkten —, v. H. Witte 280
Röntgenspektren: Über die Erklärung der — und die Konstitution der Atome, v. L. Vegard 271
Schüler, H., Über Potentialgefälle an Elektroden in Gasentladungsröhren 264
Selen: Einwirkung der Temperatur auf die Gestalt der Oberflächenschichten beim kristallinischen —, v. W. S. Gripenberg 281
„Standpunktslehre", ein Verdeutschungsvorschlag, v. H. Witte. (Briefkasten.) 286
Streintz, F., Die Polarität einer Platinzelle . . . 260
Suszeptibilität: Eine Bemerkung zur Langevinschen Formel für die — paramagnetischer Körper, v. W. Alexandrow 258
Tagesereignisse 288
Thermodynamik: Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik. (Schluß), v. M. Born. (Z. B.) 282
Vegard, L., Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome 271
Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1921 . 287
Weiß hoher Ordnung, v. Th. Des Coudres. Berichtigung 281
Witte, H., Ein kurzer Weg zum beschränkten Relativitätsprinzip 280
Witte, H., „Standpunktslehre", ein Verdeutschungsvorschlag. (Briefkasten) 286

Physiker

oder Elektroingenieur mit gutem technischen Verständnis, der schriftgewandt und von leichter Auffassung ist, als Mitarbeiter für die

Literarische Abteilung

eines unserer Werke gesucht. Erwünscht sind Kenntnisse in den neueren Sprachen. Die Bewerber haben Gelegenheit, sich in das Gesamtgebiet der Reklame einzuarbeiten. Angebote mit Zeugnisabschriften, Lebenslauf und Gehaltsansprüchen erbeten unter dem Kennwort „Physiker" an

Angestellten - Vermittlungsstelle der

SIEMENSWERKE

Verwaltungsgebäude SIEMENSSTADT bei BERLIN

Optisch-mechanische Fabrik

in größerer Provinzstadt Mitteldeutschlands sucht zu sofortigem Eintritt einen jüngeren

Physiker

möglichst mit Erfahrungen auf dem Gebiete des Instrumentenbaues. Angebote mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften, Lichtbild, Gehaltsansprüchen, sowie Angaben des frühesten Eintrittstermins sind zu richten unter **S. H. 578** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift S. Hirzel, Leipzig, Königstraße 2.

Einbanddecken zur Physikalischen Zeitschrift 1920 sind vorrätig und können zum Preise von M. 12.— durch jede Buchhandlung oder vom Verlag S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2 bezogen werden.